

# Géométrie

**Numéro d'inventaire** : 2025.0.94

**Auteur(s)** : Michel Quellier

**Type de document** : travail d'élève

**Éditeur** : "Glatigny" 140 pages avec logotype village en médaillon (une église et des habitations entourées d'arbres).

**Période de création** : 3e quart 20e siècle

**Date de création** : 1956-1957

**Matériau(x) et technique(s)** : papier vergé | plume de métal

**Description** : Cahier à couverture en papier épais vert. Reliure agrafée. Réglure Séyès 8 x 8 mm avec marge rose. Pontuseaux verticaux et vergeures horizontales. Filigrane "Glatigny" avec représentation d'un village en médaillon (une église et des habitations entourées d'arbres).

**Mesures** : hauteur : 22 cm ; largeur : 17 cm

**Notes** : Il s'agit du cahier de géométrie de Michel Quellier, élève en classes préparatoires Mathématiques spéciales (seconde année de la filière de classes préparatoires aux grandes écoles ou CPGE), scolarisé au lycée Pothier d'Orléans durant l'année 1956-1957, dans la perspective du passage du concours de l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures de Paris. Une cinquantaine de feuilles finales ont été découpées par l'auteur.

Contenu Faisceaux tangentiels de coniques Faisceau tangentiel Dans un faisceau tangentiel 3 coniques décomposés Equation générale des coniques tg à 4 droites Equation générale des paraboles à ox en p, tg à oy Lieu des centres d'un faisceau tangentiel Théorème (Desargues) Eléments conjugués Réciproque Problèmes déduits par dualité Foyers et directrices Tangentes et normales Condition pour qu'une droite soit normale à une oblique, équation tangentielle de la développée à l'ellipse Coniques homothétiques Quadriques, Points doubles, Cone directeur, Etude des centres Classification des quadriques : Equation réduite au centre, Quadrique à centre unique Décomposition en carrés de nombre d'or et delta pour la classification Equation réduite des axes rectangulaires Equations tangentielles : quadriques propres, Cas des cones, cas d'un cylindre, Problème inverse, Quadrique décomposé Eléments conjugués par rapport aux quadriques : Plan polaire, Pole d'un plan, Centre, Paraboloïde  $\delta = 0$  ou  $I = 0$ , droites conjuguées par rapport à une quadrique, plans conjugués, plans conjugués par rapport à une sphère Plan diamétral d'une direction de droite d Diamètres conjugués d'un plan Directions conjuguées Directions principales Plan de symétrie d'une quadrique Axes de symétrie Génératrices des quadriques Faisceaux de quadriques

**Mots-clés** : Calcul et mathématiques

**Lieu(x) de création** : Orléans

**Autres descriptions** : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 44 p. dont 43 p. manuscrites

## Faisceaux tangentiels de coniques.

$\Psi(u, v, w) = 0$  si elle est décomposée décomposée en deux pts  
Si on se donne deux coniques distinctes et non décomposées, elles  
ont quatre tangentes communes

$$\Psi(u, v, w) = 0$$

$$\Psi(u, v, w) = 0$$

✗ Si on se donne 5 droites dont 3 non concourantes, il existe une  
conique et une seule tg à ces droites

5 équations et 6 inconnues

donc 1 conique et une seule

$$au^2 + 2bu + v = 0$$

$$au^2 + 1 = 0$$

$$au^2 + = 0$$

✗ Si 3 des droites sont concourantes.

Elle est décomposée en 2 pts



✗ Si 4 des droites sont concourantes

Problème indéterminé

## Faisceau tangentiel

$$\Psi(u, v, w) + \lambda \Psi(u, v, w) = 0$$

$\Psi$  et  $\Psi_2$  équations de coniques distinctes

Ensemble de coniques tg à 4 droites fixes.

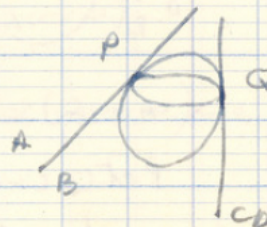
Cas limites A et B viennent se confondre

Coniques de bases tg, ensemble de  
coniques tg à AB en P et tg à C et D

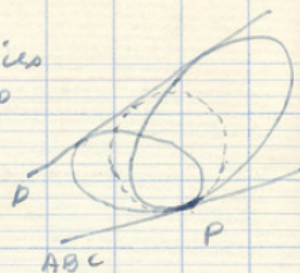
A et B confondus, C et D confondus

faisceau de coniques bitangentes

Les coniques bitg forment à la  
fois un faisceau ponctuel et  
un faisceau tangentiel



A, B et C confondues. Coniques de base osculatrices  
faisceau de coniques osculatrices en P  
et tangent à D



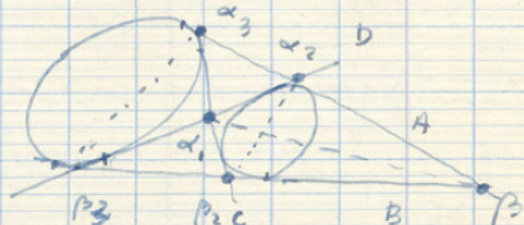
Dans un faisceau tangentiel 3 coniques de composition  
analytiquement

$$\begin{vmatrix} a + \lambda a' & & \\ & b + \lambda b' & \\ & & c + \lambda c' \end{vmatrix} = 0 \quad \text{3 racines en } \lambda$$

géométriquement

couple de pt. tangentiel, tangente fixe

x  $\alpha_1 \beta_1 \quad \alpha_2 \beta_2 \quad \alpha_3 \beta_3$



x A et B confondues



P, Q

P', Q' comptés 2 fois

équation en  $\lambda$  a une rac. double

x A et B confondues



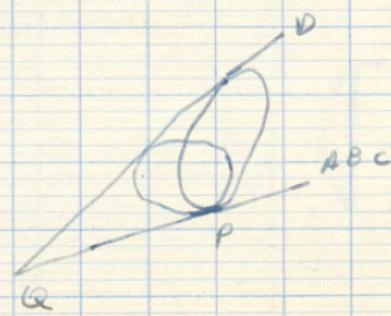
C et D confondues

P, Q et P', Q'

x A, B et C confondues

P et Q comptés 3 fois

équation en  $\lambda$  racine triple



# Equation générale des coniques ty à 4 droites

P et Q

$$P \begin{vmatrix} p \\ q \\ z \end{vmatrix} \quad p u + q v + z w = 0$$

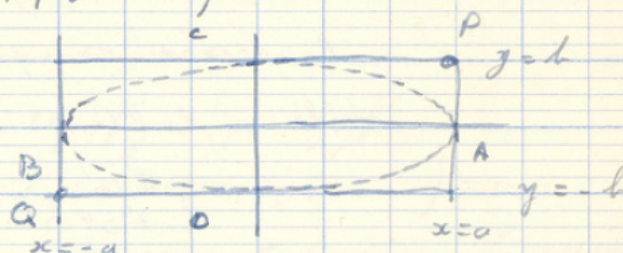
$$Q \begin{vmatrix} p' \\ q' \\ z' \end{vmatrix} \quad p' u + q' v + z' w = 0$$

$$(p u + q v + z w)(p' u + q' v + z' w) = 0$$

x exemple

P, Q

$$(a u + b v + w)(a u + b v - w)$$



$$a^2 u^2 + 2abuv + b^2 v^2 - w^2 = 0$$

A, B, C, D

V, W

$$a^2 u^2 + 2abuv + b^2 v^2 - w^2 + \lambda uv = 0$$

$$a^2 u^2 + 2\mu uv + b^2 v^2 - w^2 = 0$$

$$a^2 u^2 + b^2 v^2 - w^2 = 0$$

## Equation générale des paraboles ty à axe en P, ty à O, y

ox compte 2 fois, oy et la droite de l'ox

$$P(a, 0, 1)$$

point à l'axe oy

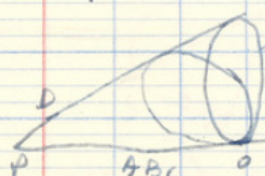
$$(a u + w) v$$

origine a, 0, 1  
point à l'axe ox

$$W, U$$

$$a u v + \lambda u w + v w = 0$$

conique osculatrice en O à ox à une conique



$$\varphi(u, v, w) = 0$$

$$P(x, 0, 1)$$

$$w(\lambda u + w)$$

$$\varphi(u, v, w) + \mu w(\lambda u + w) = 0$$

$\mu$  et  $\lambda$  2 paramètres

$$\varphi(u, v, w) + \lambda u w + \mu w^2 = 0$$