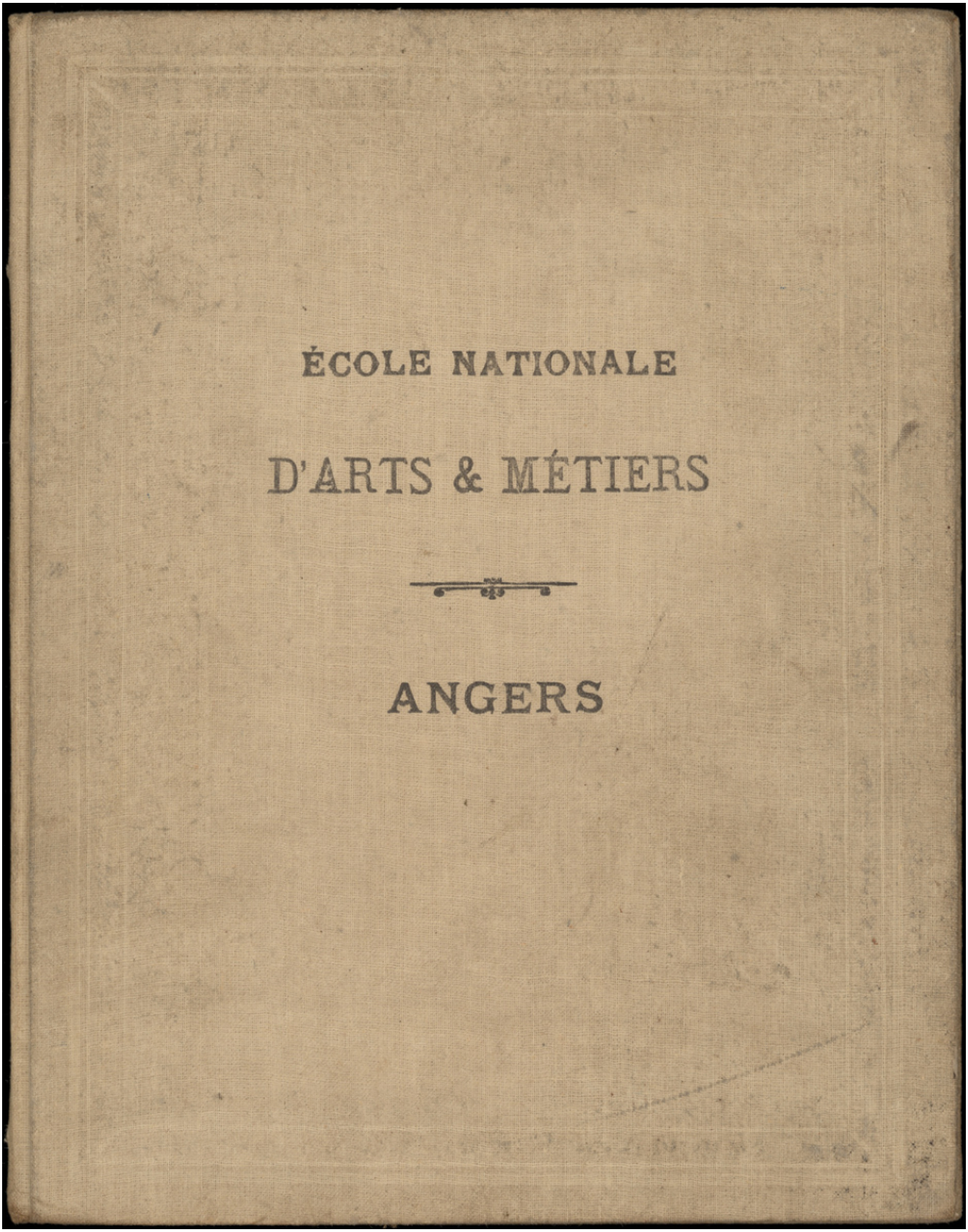
Cours de géométrie descriptive

Numéro d'inventaire : 2023.0.64
Auteur(s) : Raba
Type de document : travail d'élève
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1920-1923
Inscriptions :
• inscription : Ecole nationale d'Arts et Métiers Angers(couverture)
Matériau(x) et technique(s) : papier | encre noire, | encre bleue
Description : Cahier de géométrie descriptive constitué d'une couverture cartonnée rigide. Le rattachement de l'ensemble des pages à la tranche est très fragile.
Mesures : hauteur : 25,6 cm ; largeur : 20 cm
Notes : Ce cahier contient des cours, accompagnés de schémas, portant sur la géométrie descriptive. L'élève, dont nous ne disposons que du nom de famille (Raba), a étudié à l'Ecole nationale d'Art et Métiers d'Angers, au sein de la promotion 1920-1923. Il s'agit de cours très techniques et approfondis, de niveau supérieur. Les intitulés des cours sont les suivants : lieux géométriques, courbure des courbes planes, résolution graphique des équations, abaques, analytique dans l'espace, intégrales, intégration des différentielles rationnelles, cubature des volumes, aires des surfaces de révolution, intégrales doubles.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Lieu(x) de création : Angers
Utilisation / destination : matériel scolaire
Représentations : / Schémas géométriques. Nombreuses figures.
Autres descriptions : Langue : Français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 145 p.
ill. : Schémas géométriques de l'élève
Objets associés : 2023.0.47
Lieux : Angers


ÉCOLE NATIONALE
D'ARTS & MÉTIERS
ANGERS

Lieux géométriques

13-1-22.

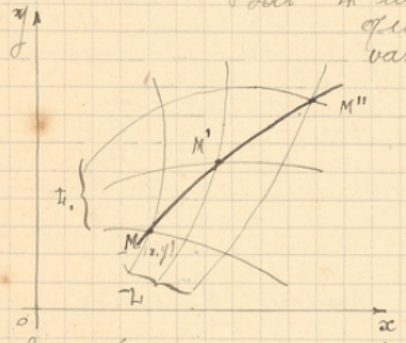
Ensemble de points jouissant d'une propriété commune.

Trouver le lieu géométrique du lieu d'intersection de deux lignes variables.

Soit T_1 une ligne variable et $f(x,y)$ son équation qui renferme nécessairement une paramètre variable a l'équation T_1

$$f(x,y,a)=0$$

Soit une autre ligne T_2 d'équation $f'(x,y,a)=0$



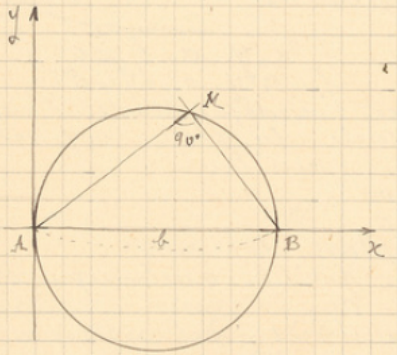
Recherchons le lieu du point M.

Soient x et y ses coordonnées. Ses coordonnées satisfont aux équations des 2 courbes.

Tirons dans la 1re éq. la valeur de a en fonction de x et y et portons là dans la 2e éq. On a une relation entre x et y indépendante de a, ce sera l'éq. du lieu.

On élimine donc a entre les 2 équations T_1 et T_2. Pour obtenir le lieu du pt d'inters. de 2 lignes on élimine a.

Ex: lieu du sommet d'un angle droit dont les côtés passent par deux points fixes A et B.



éq. (AM) : $y = ax$

éq. (BM) : $y = -\frac{1}{a}(x-b)$

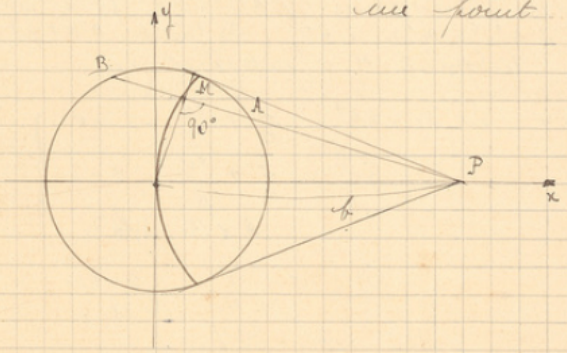
Faisons le produit :

$$y^2 = (b-x)(a)$$

$$x^2+y^2-bx=0$$

équation d'un cercle passant par l'origine ayant son centre au milieu de AB.

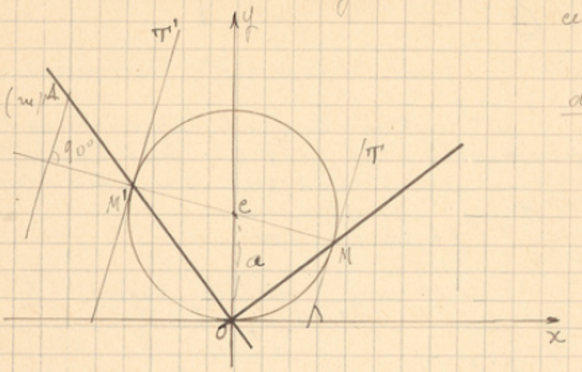
Ex 2: lieu des milieux des cordes d'un cercle passant par un point fixe I.



éq : $x^2+y^2-bx=0$

Remarque : le lieu est limité aux tangentes issues de P.

Ex : On donne une circonférence variable tangente à une droite donnée en un point donné. Trouver le lieu des points de contact de tangentes à cette circonférence menées // à une dir. donnée.



cercle variable rayon a :

$$x^2 + y^2 - 2ay = 0$$

diam. MM' : $y = -\frac{1}{m}x$

$$y - a = -\frac{x}{m}$$

$$y + \frac{x}{m} = a$$

$$x^2 + y^2 - 2y\left(y + \frac{x}{m}\right) = 0$$

éq. homogène du 2e degré qui représente un système de 2 droites passant par l'origine

$$x^2 - y^2 - \frac{2xy}{m} = 0$$

$$y^2 + \frac{2xy}{m} - x^2 = 0 \qquad \text{prenons } \frac{y}{x} \text{ comme inconnue}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 + \frac{2}{m}\left(\frac{y}{x}\right) - 1 = 0$$

$$\frac{y}{x} = -\frac{1}{m} \pm \sqrt{\frac{1}{m^2} + 1} = -\frac{1}{m} \pm \frac{1}{m}\sqrt{1+m^2}$$

$$y = -\frac{x}{m} \pm \frac{x}{m}\sqrt{1+m^2} = \frac{x}{m}\left(-1 \pm \sqrt{1+m^2}\right)$$

Le produit des coefficients angulaires de ces deux droites est égal à -1, elles sont rectangulaires.

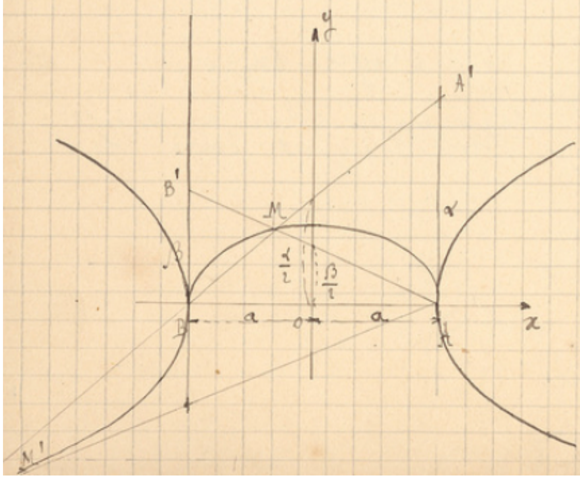
<u>Cas de 2 paramètres</u> - soit (L) $f(x, y, a, b) = 0$
(L₁) $f_1(x, y, a, b) = 0$

a et b ne peuvent pas être indépendants l'un de l'autre. En effet soit M, un point quelc. du plan x, y, ses coord. Faisons passer les lignes L et L₁ par ce point

$$f(x_1, y_1, a, b) = 0$$
$$f_1(x_1, y_1, a, b) = 0$$

On a pour dét. a et b un système de 2 éq.
Le point pouvait occuper une position quelconque dans le plan. On doit avoir $\varphi(a, b) = 0$.
D'où un système de 3 équations entre lesquelles on élimine a et b.

Ex : On donne 2 dr. AA' et BB' ⊥ à une droite AB donnée on porte sur elles des longueurs AA' et BB' telles que $AA' \times BB' = k\, B^2$. On joint AB' et BA', lieu du point M d'intersection



éq de AB' : $\frac{x}{a} + \frac{2y}{\beta} - 1 = 0$
" BA' : $-\frac{x}{a} + \frac{2y}{\alpha} - 1 = 0$
$\alpha\beta = k\beta^2$

$$\frac{2y}{\beta} = 1 - \frac{x}{a} = \frac{a-x}{a}$$

$$\beta = \frac{2ay}{a-x}$$

$$\frac{2y}{\alpha} = 1 + \frac{x}{a} = \frac{a+x}{a}$$

$$\alpha = \frac{2ay}{a+x}$$