

Examen de PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.169

Auteur(s) : Catherine Calles

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1975

Matériaux et technique(s) : papier | encre noire

Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), de la candidate Catherine Calles. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques-Sciences physiques-Technologie). L'épreuve est une composition de Mathématiques. Le centre d'examen est à la salle de la Bourse, probablement à la Halle aux toiles ou au Palais des Consuls de Rouen. L'épreuve se déroule en 1975. La note obtenue est de 03,5/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 08,5/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 12 p.

Nom et Prénom : <u>CALLES Catherine Tc</u> N° d'inscription : <u>54</u> Centre d'examen : <u>ROUEN.</u>																																																		
collez ici après l'examen																																																		
Visa du Correcteur 	Examen : <u>PEGC</u> Spécialité ou Série : <u>Section 3</u>	Session : <u>1975</u> Si votre composition comporte plusieurs feuilles, numérotez-les <u>1/3</u>																																																
Note : <u>03,5</u> 20	Composition de <u>Maths</u>																																																	
<p>1. Satisféction de l'énoncé suivant.</p> <p>Pour tout entier naturel n non nul on a</p> $18^{4n+1} - 44^{4n-1} - 3 \times 96^{4n+2} \equiv 0 \pmod{13}.$ <p>Simplifions cette expression.</p> <p>Puisque nous sommes en classe 13, nous pouvons écrire</p> $5^{4n+1} - 5^{4n-1} - 3 \times 5^{4n+2} \equiv 0 \pmod{13}.$ $\Leftrightarrow 5^{4n-1} (5^2 - 1 - 3 \times 5^3) \equiv 0 \Leftrightarrow 5^{4n-1} (-35) \equiv 0$ <p>Cherchons les puissances de 5 dans $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$.</p> <p>Nous avons en dressant un tableau, les résultats suivants.</p> <table border="0"> <tr> <td>$p=0$</td> <td>$5^0 = 1$</td> <td>$p=12$</td> <td>$5^{12} = 1$</td> </tr> <tr> <td>$p=1$</td> <td>$5^1 = 5$</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">périodicité de 4 dans $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$</td> </tr> <tr> <td>$p=2$</td> <td>$5^2 = 12$</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">résultats</td> </tr> <tr> <td>$p=3$</td> <td>$5^3 = 5$</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">Puisque $5^{4p-1} \equiv 5 \pmod{13}$</td> </tr> <tr> <td>$p=4$</td> <td>$5^4 = 1$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=5$</td> <td>$5^5 = 5$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=6$</td> <td>$5^6 = 12$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=7$</td> <td>$5^7 = 5$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=8$</td> <td>$5^8 = 1$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=9$</td> <td>$5^9 = 5$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=10$</td> <td>$5^{10} = 12$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=11$</td> <td>$5^{11} = 5$</td> <td colspan="2"></td> </tr> </table>			$p=0$	$5^0 = 1$	$p=12$	$5^{12} = 1$	$p=1$	$5^1 = 5$	périodicité de 4 dans $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$		$p=2$	$5^2 = 12$	résultats		$p=3$	$5^3 = 5$	Puisque $5^{4p-1} \equiv 5 \pmod{13}$		$p=4$	$5^4 = 1$			$p=5$	$5^5 = 5$			$p=6$	$5^6 = 12$			$p=7$	$5^7 = 5$			$p=8$	$5^8 = 1$			$p=9$	$5^9 = 5$			$p=10$	$5^{10} = 12$			$p=11$	$5^{11} = 5$		
$p=0$	$5^0 = 1$	$p=12$	$5^{12} = 1$																																															
$p=1$	$5^1 = 5$	périodicité de 4 dans $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$																																																
$p=2$	$5^2 = 12$	résultats																																																
$p=3$	$5^3 = 5$	Puisque $5^{4p-1} \equiv 5 \pmod{13}$																																																
$p=4$	$5^4 = 1$																																																	
$p=5$	$5^5 = 5$																																																	
$p=6$	$5^6 = 12$																																																	
$p=7$	$5^7 = 5$																																																	
$p=8$	$5^8 = 1$																																																	
$p=9$	$5^9 = 5$																																																	
$p=10$	$5^{10} = 12$																																																	
$p=11$	$5^{11} = 5$																																																	

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

Nom et Prénom : CALLES Catherine Tc																																																	
N° d'inscription : 54 Centre d'examen : ROUEN.																																																	
collez ici après l'épreuve																																																	
Visa du Correcteur <i>90</i>	Examen : PEGC Session : 1975																																																
Spécialité ou Série : Section 3.	Si votre composition comporte plusieurs feuillets, numérotez-les 1/3																																																
Note : 03,5	Composition de Maths																																																
20																																																	
<p>1. Solvabilité de l'énoncé suivant.</p> <p>pour tout entier naturel n non nul on a</p> $18^{4n+1} - 44^{4n-1} - 3 \times 96^{4n+2} \equiv 0 \pmod{13}.$ <p>Simplifions cette expression.</p> <p>Vous travaillez en classe 13, nous pouvons écrire.</p> $5^{4n+1} - 5^{4n-1} - 3 \times 5^{4n+2} \equiv 0 \pmod{13}.$ $\Rightarrow 5^{4n-1} (5^2 - 1 - 3 \times 5^3) \equiv 0 \Rightarrow 5^{4n-1} (-35) \equiv 0$ <p>Cherchons les puissances de 5 dans $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$.</p> <p>nous avons en dessinant un tableau, les résultats suivant.</p> <table border="0"> <tr> <td>$p=0$</td> <td>$5^0 = 1$</td> <td>$p=12$</td> <td>$5^{12} = 1$</td> </tr> <tr> <td>$p=1$</td> <td>$5^1 = 5$</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">périodicité de 4 dans le</td> </tr> <tr> <td>$p=2$</td> <td>$5^2 = 12$</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">résultats</td> </tr> <tr> <td>$p=3$</td> <td>$5^3 = 5$</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">nous avons $5^{4p-1} \equiv 5 \pmod{13}$</td> </tr> <tr> <td>$p=4$</td> <td>$5^4 = 1$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=5$</td> <td>$5^5 = 5$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=6$</td> <td>$5^6 = 12$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=7$</td> <td>$5^7 = 5$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=8$</td> <td>$5^8 = 1$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=9$</td> <td>$5^9 = 5$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=10$</td> <td>$5^{10} = 12$</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>$p=11$</td> <td>$5^{11} = 5$</td> <td colspan="2"></td> </tr> </table>		$p=0$	$5^0 = 1$	$p=12$	$5^{12} = 1$	$p=1$	$5^1 = 5$	périodicité de 4 dans le		$p=2$	$5^2 = 12$	résultats		$p=3$	$5^3 = 5$	nous avons $5^{4p-1} \equiv 5 \pmod{13}$		$p=4$	$5^4 = 1$			$p=5$	$5^5 = 5$			$p=6$	$5^6 = 12$			$p=7$	$5^7 = 5$			$p=8$	$5^8 = 1$			$p=9$	$5^9 = 5$			$p=10$	$5^{10} = 12$			$p=11$	$5^{11} = 5$		
$p=0$	$5^0 = 1$	$p=12$	$5^{12} = 1$																																														
$p=1$	$5^1 = 5$	périodicité de 4 dans le																																															
$p=2$	$5^2 = 12$	résultats																																															
$p=3$	$5^3 = 5$	nous avons $5^{4p-1} \equiv 5 \pmod{13}$																																															
$p=4$	$5^4 = 1$																																																
$p=5$	$5^5 = 5$																																																
$p=6$	$5^6 = 12$																																																
$p=7$	$5^7 = 5$																																																
$p=8$	$5^8 = 1$																																																
$p=9$	$5^9 = 5$																																																
$p=10$	$5^{10} = 12$																																																
$p=11$	$5^{11} = 5$																																																

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

C'est donc une similitude ε de centre z , de rapport k d'angle θ .

Déterminons ces caractéristiques

$$a = (1+i\sqrt{3}) = 2\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = [2, \frac{\pi}{3}]$$

Nous avons donc

$$k=2, \theta = \frac{\pi}{3}$$

Pour trouver le centre de la similitude, il faut chercher les points invariants les points invariants vérifient la condition suivante $z = (1+i\sqrt{3})z - 5i\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow z+iy = (1+i\sqrt{3})(z+iy) - 5i\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z+iy = z+iy + i\sqrt{3} \\ -4\sqrt{3} = 5i\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = z - i\sqrt{3} \\ y = y + \sqrt{3} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ z = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4\sqrt{3} = 0 \\ z\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ z = 5 \end{cases}$$

Le centre z a pour coordonnées $2 \left| \begin{smallmatrix} 5 \\ 0 \end{smallmatrix} \right.$

4) Image par f de la droite d'équation $x - 2y - 1 = 0$ est une droite.

La droite D passe par le point $A \left| \begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix} \right.$ et porte le vecteur $\vec{v} \left| \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix} \right.$

Cherchons l'image de A et de \vec{v} , nous pourrons ainsi définir la trajectoire de D .

$$\varepsilon(2 \left| \begin{smallmatrix} 5 \\ 0 \end{smallmatrix} \right.) = \mathcal{R}(2) \circ \text{Rot} \left(\frac{\pi}{3} \left| \begin{smallmatrix} 5 \\ 0 \end{smallmatrix} \right. \right)$$