

## PEG

**Numéro d'inventaire :** 2024.0.166

**Auteur(s) :** Marie-Madeleine Boitard

**Type de document :** travail d'élève

**Période de création :** 4e quart 20e siècle

**Date de création :** 1975

**Matériaux et technique(s) :** papier | encre noire

**Description :** Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

**Mesures :** hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

**Notes :** Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), de la candidate Marie-Madeleine Boitard. La spécialité de l'élève est Mathématiques-Sciences-physiques, section 3 (probablement en bac C). L'épreuve est une composition de Mathématiques. Le centre d'examen est à la préfecture de Rouen. L'épreuve se déroule en mai 1975. La note obtenue est de 00/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 07/20. La copie a été sujette à un commentaire du correcteur.

**Mots-clés :** Compositions et copies d'examens

Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

**Lieu(x) de création :** Rouen

**Autres descriptions :** Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 12 p. dont 9 p. manuscrites

Nom et Prénom : BOITARD Marie Madeleine.

N° d'inscription : 176 Centre d'examen : Préfecture.

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Examen : PEG Session :

Spécialité ou Série : Mathématiques. Physique.

Si votre composition  
comporte plusieurs  
feuilles.  
numérotez-les 1/3

Note :

0  
20

Composition de Mathématiques.

Aucune méthode véritablement mathématique  
II<sup>e</sup> problème.

M'est mise en jeu

1<sup>re</sup> partie

Soit  $h$  l'application  $[0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ .

$$x \rightsquigarrow \frac{x}{x+3}$$

1<sup>o</sup>) Montre que

$\forall x \in [0,1]$ ,  
 $\forall y \in [0,1]$   
 on a  $|h(x) - h(y)| \leq \frac{1}{3} |x-y|$

$$h(x) = \frac{x}{x+3} \quad h(y) = \frac{y}{y+3}$$

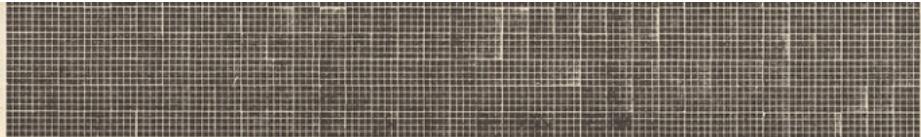
$$h(x) - h(y) = \frac{x}{x+3} - \frac{y}{y+3} = \frac{x(y+3) - y(x+3)}{(x+3)(y+3)}$$

$$h(x) - h(y) = \frac{3(x-y)}{(x+3)(y+3)}$$

$$\frac{h(x) - h(y)}{x-y} = \frac{3}{(x+3)(y+3)}$$

si  $x$  et  $y$  tendent vers 0 alors  $\frac{3}{(x+3)(y+3)} \approx \frac{3}{9}$  ou  $\frac{1}{3}$ .

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.



0

Ce qui nous donne.

$$\left| \frac{h(x) - h(y)}{x-y} \right| \leq \frac{1}{3}.$$

$$\text{et } \boxed{|h(x) - h(y)| \leq \frac{1}{3} |x-y|}$$

2) Montrons que  $h[0,1] \subset [0,1]$ .

$$\text{pour } x = 0 \implies h(x) = \frac{x}{x+3}$$

$$h(0) = \frac{0}{0+3} = 0.$$

$$\text{pour } x = 1 \implies h(1) = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}.$$

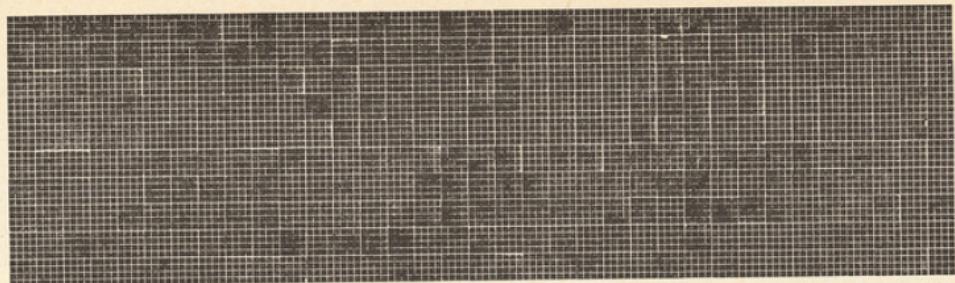
$$\text{si } x = 0,2 \implies h(0,2) = \frac{0,2}{0,2+3} = \frac{0,2}{3,2} = \frac{2}{32} = \frac{1}{16} = 0,06.$$

on constate que pour peut importe quelle valeur de  $x \in [0,1]$   
 $h(x)$  reste inférieur à  $\frac{1}{4}$  et supérieur à 0.

$$\text{donc } h[0,1] = \left[0, \frac{1}{4}\right]$$

$$\text{et par suite } \boxed{\left[0, \frac{1}{4}\right] \subset [0,1]}$$

3) soit  $a \in [0,1]$ . et  $n \rightarrow x_n$   
une suite avec  $x_0 = a$   
 $x_{n+1} = h(x_n)$ .



Nous savons que  $|h(x) - h(y)| \leq \frac{1}{3} |x-y|$ .

si  $h(x)$  est remplacé par  $h(x_n)$ .

$$x_{n+1} = h(x_n) = \frac{x_n}{x_n + 3}$$

$$x_n = \frac{x_{n-1}}{x_{n-1} + 3}.$$

$$\text{et } x_1 = \frac{x_0}{x_0 + 3}.$$

$$x_2 = \frac{x_1}{x_1 + 3} = \frac{x_0}{(x_0 + 3)} \times \left[ \frac{x_0}{x_0 + 3} + 3 \right] = \frac{x_0}{x_0 + 3(x_0 + 3)}$$

$$x_2 = \frac{x_0}{4x_0 + 9}.$$

$$x_3 = \frac{x_2}{x_2 + 3} = \frac{x_0}{4x_0 + 9} \times \left[ \frac{x_0}{4x_0 + 9} + 3 \right] = \frac{x_0}{x_0 + 12x_0 + 27}$$

$$x_3 = \frac{x_0}{13x_0 + 27}.$$

$$x_4 = \frac{x_0}{13x_0 + 27} \times \left[ \frac{x_0}{13x_0 + 27} + 3 \right] = \frac{x_0}{x_0 + 39x_0 + 81} = \frac{x_0}{40x_0 + 81}$$

$$x_n = \frac{x_0}{\frac{3^n-1}{2}x_0 + 3^n} \quad \text{et } x_{n+1} = \frac{x_0}{\frac{3^n-1}{2}x_0 + 3^{n+1}}$$

