

PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.165

Auteur(s) : Philippe Mileo

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1975

Matériaux et technique(s) : papier | encre noire

Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), du candidat Philippe Mileo. La spécialité de l'élève est Mathématiques-Sciences-physiques, section 3 (probablement en bac C). L'épreuve est une composition de Mathématiques. Le centre d'examen est à la préfecture de Rouen. L'épreuve se déroule en mai 1975. La note obtenue est de 07/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 07/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

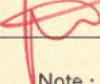
Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

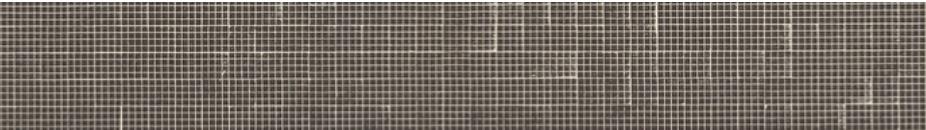
Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 12 p. dont 9 p. manuscrites

Nom et Prénom : <u>MILEO Philippe</u>		
N° d'inscription : <u>201</u>	Centre d'examen : <u>Refetne</u>	
collez ici après avoir rempli l'en-tête		
Visa du Correcteur 	Examen : <u>P.E.G.-C</u> Session : <u>clai</u>	Si votre composition comporte plusieurs feuillets. numérotez-les <u>1/3</u>
Note : <u>07</u> 20	Spécialité ou Série : <u>Section III</u>	
Composition de Mathématiques		
<p>$x = \text{Problème.}$</p> <p>1^{re} Partie, 1^{re} Question:</p> $x \in [0, 1] \quad y \in [0, 1]$ $ (f(x) - f(y)) = \left \frac{x - y}{x+3 - y+3} \right $ $= \left \frac{3x - 3y}{(x+1)(y+1)} \right $ $= \frac{3}{3} \left \frac{x - y}{(x+1)(y+1)} \right $ $= \frac{1}{3} \left \frac{x - y}{(x+1)(y+1)} \right $ <p>on pose $A = \left \frac{x - y}{(x+1)(y+1)} \right$ A est positif.</p> <p>on obtient l'égalité: $f(x) - f(y) = \frac{1}{3} x - y \times \frac{1}{A}$</p> <p style="text-align: center;">$\Leftrightarrow f(x) - f(y) \leq \frac{1}{3} x - y \quad \text{C.Q.F.D.}$</p>		

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.



2^{me} Question: $\forall x \in [0, 1]. \quad h(x) = \frac{x}{x+3}$

$h(x)$ est donc positif : $h(x) \geq 0$.

Car par définition de $h(x)$ on a aussi $x \geq h(x)$.
en effet $x \geq \frac{x}{x+3}$.

d'où $\forall x \in [0, 1] \Rightarrow \begin{cases} h(x) \geq 0 \\ h(x) \leq 1. \end{cases}$

d'où $h[0, 1] \subset [0, 1]$.

C.Q.F.D.

3^{me} Question: Démonstration par récurrence :

$$n=1. \quad |x_2 - x_1| = |h(x_1) - h(x_0)|$$

$$\cdot \quad |h(x_1) - h(x_0)| \leq \frac{1}{3} |x_0 - x_1|. \quad (1^{\text{re}} \text{ question})$$

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| \leq \frac{1}{3} |x_0 - x_1|.$$

La formule est donc vraie pour $n=1$.

Supposons la vraie pour n : $|x_{n+1} - x_n| \leq \frac{1}{3^n} |x_0 - x_1|$.

Démontre la pour $n+1$.

$$|x_{n+2} - x_{n+1}| \leq |h(x_{n+1}) - h(x_n)| \leq \frac{1}{3} |x_{n+1} - x_n|$$

D'où la 1^{re} question.

d'air

$$|x_{n+2} - x_{n+1}| \leq \frac{1}{3} |x_{n+1} - x_n|.$$

$$\Leftrightarrow |x_{n+2} - x_{n+1}| \leq \frac{1}{3} \times \frac{1}{3^n} |x_0 - x_1|.$$

d'après la récurrence finale pour n .

$$\Leftrightarrow |x_{n+2} - x_{n+1}| \leq \frac{1}{3^{n+1}} |x_0 - x_1|$$

La formule a donc été établie pour le rang $n+1$.
Donc elle sera vraie pour n quelconque.

①

5^e question :

$$\begin{aligned} \forall n \quad x_{n+1} - x_n &= f(x_n) - x_n \\ &= \frac{x_n}{3^{n+3}} - x_n. \end{aligned}$$

$$\text{Or } \frac{x_n}{3^{n+3}} - x_n \leq 0 \Rightarrow x_{n+1} - x_n \leq 0.$$

$$\Rightarrow \forall n \quad x_{n+1} \leq x_n.$$

Donc la suite $n \rightarrow x_n$ est décroissante.

Or $\forall n \quad x_n \in [0, 1]$. Démontons le.

$$x_0 = a \text{ avec } a \in [0, 1].$$

$x_1 = f(a) \Rightarrow x_1 \in [0, 1]$ D'après la question

Supposons que $x_n \in [0, 1]$ on a $x_{n+1} = f(x_n) \Rightarrow x_{n+1} \in [0, 1]$
Par conséquent d'après la 5^e question d'air, par récurrence nous.

