

Entrée dans les centres PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.135

Auteur(s) : Didier Duval

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1974

Matériaux et technique(s) : papier | encre noire

Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), du candidat Didier Duval. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques Physique et Technologie), catégorie 3 section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est à la Préfecture de Rouen. L'épreuve se déroule en juin 1974. La note obtenue est de 04/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 03,8/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 12 p. dont 9 p. manuscrites



Nom et Prénom : DUVAL didier

N° d'inscription : 205 Centre d'examen : ROUEN

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

ds

Note :

64

20

Examen : Entrée dans les centres PEGC Session : 74.75

Spécialité ou Série : 3 Mathématiques Physique et Technologie

Si votre composition
comporte plusieurs
feuillets,
numérotez-les 1/3

Composition de Mathématiques

1^{er} exercice :

$$h(x) = \text{Arc sin} \frac{2x}{1+x^2} + \text{Arc cos} \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

1) définition de $\text{Arc sin} \frac{2x}{1+x^2}$ $1+x^2 \geq 0 \forall x$

c'est la détermination principale de $\text{arc sin} \frac{2x}{1+x^2}$

qui est la fonction inverse de $\sin y$

Si $y = \text{arc sin} \frac{2x}{1+x^2}$

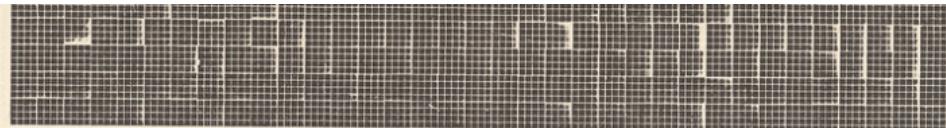
or $-1 \leq \sin \frac{2x}{1+x^2} \leq +1$

donc : $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{2x}{1+x^2} \leq +\frac{\pi}{2} \pmod{2\pi}$

pour $\text{Arc cos} \frac{1-x^2}{1+x^2}$ on obtient :

$$0 \leq \frac{1-x^2}{1+x^2} \leq \pi \pmod{2\pi}$$

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.



2) $1+x^2$ est $>0 \forall x$, les fonctions \sin et \cos sont continues donc $h(x)$ est continue.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$$

$$\text{Si } x \rightarrow 0^+, \frac{1}{x} \rightarrow 0^+$$

$$h(x) = \text{Arc sin } x \left(\frac{\frac{2}{x}}{1+x^2} \right) + \text{Arc cos } x^2 \left(\frac{\frac{1}{x^2}-1}{1+x^2} \right)$$

$$\downarrow \\ 0^+$$

$$\downarrow \\ 1^-$$

$$h(x) \rightarrow \text{un peu } 1^- \\ x \rightarrow 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$$

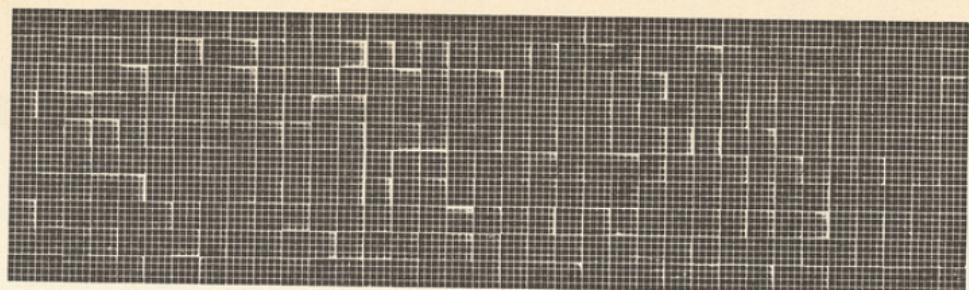
$$x \rightarrow -\infty$$

$$h(x) = \text{Arc sin } x \left(\frac{\frac{2}{x}}{1+x^2} \right) + \text{Arc cos } x^2 \left(\frac{\frac{1}{x^2}-1}{1+x^2} \right)$$

$$\downarrow \\ 0^-$$

$$\downarrow \\ 1^-$$

$$h(x) \rightarrow \text{un peu } 1^- \\ x \rightarrow -\infty$$



4) Dérivée :

$$h(x) = \operatorname{Arc} \sin \frac{2x}{1+x^2} + \operatorname{Arc} \cos \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

$$\begin{aligned}
 h'(x) &= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2x}{1+x^2}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\frac{(1+x^2)^2 - 4x^2}{(1+x^2)^2}}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{(1+x^2)^2 - (1-x^2)^2}{(1+x^2)^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2x^2-1}{2x^2+1}}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{2x^4}{2x^2+1}}} \\
 &= \frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{(x^2-1)^2}} - \frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{4x^4}} \\
 &= \frac{1+x^2}{\frac{2x^2-1}{2x^2}} - \frac{1+x^2}{2x^4} = \frac{(x^2+1)^2}{(x^2-1)(2x^2)}
 \end{aligned}$$

5) $t = \operatorname{Arc} \operatorname{tg} x$ alors $\operatorname{Arc} \sin (2x) = \frac{2x}{1+t^2}$

$$\operatorname{Arc} \cos (2x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

On retrouve les m^{es} formes dans l'expression de $h(x)$

avec $\operatorname{Arc} \sin \frac{2x}{1+x^2}$ et $\operatorname{Arc} \cos \frac{1-x^2}{1+x^2}$

