PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.132
Auteur(s) : Patrick Gaillard
Type de document : travail d'élève
Période de création : 4e quart 20e siècle
Date de création : 1974
Matériau(x) et technique(s) : papier | encre bleue
Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.
Mesures : hauteur : 31,1 cm
largeur : 24 cm
Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), du candidat Patrick Gaillard. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques et physique-chimie), section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est l'ENF ou ENI (Ecole Normale de Filles ou Ecole Normale d'Institutrices) se situant au 09, rue de Lille à Rouen. L'épreuve se déroule en mai 1974. La note obtenue est de 10,5/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 10,25/20.
Mots-clés : Compositions et copies d'examens
Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire
Lieu(x) de création : Rouen
Autres descriptions : Langue : Français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 12 p. dont 11 p. manuscrites

Nom et Prénom : GAILLARD Patrick

N° d'inscription : 49

Centre d'examen : E.N.I Rouen

collez ici après avoi…

Visa du Correcteur

Note : $\frac{10,5}{20}$

Examen : P.E.G.C

Session : 1974

Spécialité ou Série : Physique . Mathématique.

Si votre composition comporte plusieurs feuillets, numérotez-les 1 /

Composition de Mathématiques

1ier exercice.

$$z^3 + 2(i-1)z^2 - 3iz + i + 1 = 0$$

La solution $z = 1$ est évidente ?

$$1 + 2(i-1) - 3iz + i + 1 =$$
$$1 + 2i - 2 - 3iz + i + 1 = 0.$$

On peut donc factoriser le polynome.

$$(z-1)(z^2 + az - i - 1) = 0 \qquad a \in \mathbb{C}$$

$$z^3 - z^2 + az^2 - az - (i+1)z + i + 1 = 0$$

$$z^3 + (a-1)z^2 - (a+i+1)z + i + 1 = 0.$$

$$\left.\begin{array}{l} a - 1 = 2i - 2. \\ a + i + 1 = 3i \end{array}\right\} \Rightarrow \quad a = 2i - 1$$

L'équation devient

$$(z-1)\left(z^2 + (2i-1)z - i - 1\right) = 0$$

N. B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

$$z^2 + (2i - 1)z - i - 1 = 0$$

$$\Delta = (2i-1)^2 + 4(i+1).$$
$$\Delta = -4 - 2i + 1 + 4i + 4.$$
$$\Delta = 2i + 1$$

Calculons les racines de Δ.

$(a + ib)^2 = 2i + 1 \Rightarrow$

$a^2 - b^2 + 2abi = 2i + 1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 1 \\ 2ab = 2. \end{cases}$$

Je pose $X = a^2$ et $Y = -b^2$.

1

Le système devient

$$\begin{cases} X + Y = 1 \\ 4XY = -4 \\ ab > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X + Y = 1 \\ XY = -1 \\ ab > 0 \end{cases}$$

X et Y sont les solutions de l'équation

$$u^2 - u - 1 = 0$$
$$\delta = 1 + 4 = 5 > 0.$$

$$u_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \qquad u_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}. \Rightarrow \begin{cases} 1°)\ X = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ et } Y = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \\ \text{ou} \\ 2°)\ X = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ et } Y = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}. \end{cases}$$

Le 2° est impossible car

$X = a^2 \Rightarrow X > 0$ et $Y = -b^2 \Rightarrow Y \leq 0$

[redacted]

$$\left.\begin{array}{l} a^2 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ b^2 = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2} \\ ab > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = \sqrt{\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}} \\ \text{et} \\ b = \sqrt{\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}} \end{array}\right. \quad \text{ou} \quad \left\{\begin{array}{l} a = -\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}} \\ \text{et} \\ b = -\sqrt{\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}} \end{array}\right.$$

Les solutions de l'équation initiale sont donc

$$1, \quad \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} + i\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}, \quad -\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} - i\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

2ième exercice.

a) addition

	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$
$\bar{2}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$
$\bar{4}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$
$\bar{5}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$

b) multiplication

	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

0,5

$$\left\{\begin{array}{l} \bar{3}x + \bar{3}y = \bar{3} \\ x + \bar{2}y = \bar{1} \end{array}\right. \Rightarrow \begin{array}{l} x = \bar{1} - \bar{2}y \\ \bar{3}(1 - \bar{2}y) + \bar{3}y = \bar{3} \end{array}$$

0

$$\left\{\begin{array}{l} x = \bar{1} - \bar{2}y \\ \bar{3} + \bar{3}y = \bar{3} \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} y = \bar{0} \\ x = \bar{1} \end{array}\right.$$