

Concours d'entrée en PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.124

Auteur(s) : Bernard Brouiller

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1973

Matériau(x) et technique(s) : papier | encre bleue

Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), du candidat Bernard Brouiller. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques et physique-chimie), catégorie 3 section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est renseigné à Lyon, alors que les copies du lot ont été rédigées à La Halle aux Toiles de Rouen. L'épreuve se déroule en mai 1973. La note obtenue est de 01/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 07/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 12 p. dont 9 p. manuscrites

Nom et Prénom : BROUILLER Bernard

N° d'inscription : 95

Centre d'examen : LYON

collez ici votre composition rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Examen : Session :

Spécialité ou Série : Mathématique Physique

Si votre composition
comporte plusieurs
feuillets.

numérotez-les 1/3

Note :

01

20

Composition de Mathématique

Sujet I

1°) Dimension de F.

F est un sous-espace vectoriel de E, il est engendré par $\{a_1, a_2, a_3\}$

avec $a_1 = e_1 - e_2$

$a_2 = e_2 + e_1$

$a_3 = e_3$

Ces trois vecteurs étant linéairement indépendants, la dimension de F sera donc le nombre de vecteurs linéairement indépendants qui appartiennent à sa famille génératrice.

donc $\dim F = 3$

2°) Stabilité de F par φ

On dit que F est stable par φ si

$\forall x \text{ et } y \in F \text{ alors } x - y \in F$

ou que

$\varphi(F) \subset F$

Soit x un élément F

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

$$\psi(x) = (2 \cdot 1_E) - u(x)$$

E étant un Espace vectoriel Réel, e_1, e_2, e_3, e_4 sont Réels.
 u étant un endomorphisme (ie homomorphisme de E sur E)

alors si $\alpha \in K$ et $x \in E$ on a $\alpha x \in E$

Dans le cas présent: (K corps commutatif),

$$K = \mathbb{R}$$

$$\text{or } 2 \in \mathbb{R} \text{ et } 1_E \in E$$

donc:

$$(2 \cdot 1_E) \in E$$

D'autre part Si $u(x) = u(e_1)$, comme u est un endomorphisme,
 $u(e_1) \in E$

Soient x et y deux éléments de F
 u s'écrit:

$$x = \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \alpha_3 a_3$$

$$y = \alpha'_1 a_1 + \alpha'_2 a_2 + \alpha'_3 a_3$$

avec les α_i appartenant
à \mathbb{R} .

Calculons $x - y$

$$3^\circ) \quad u^2 \neq 0$$

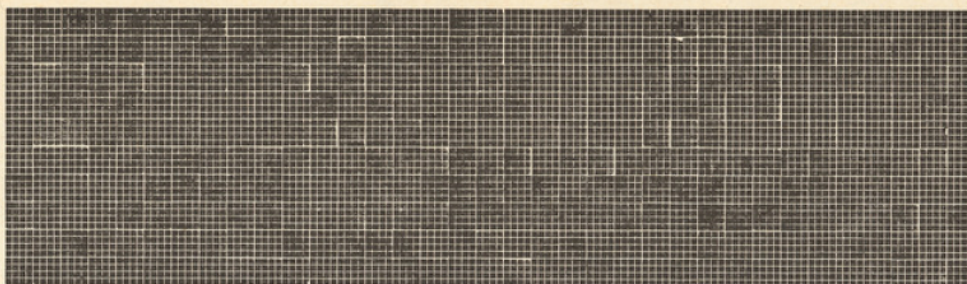
Soit $x \in F$:

Fest non vide

$$u^2(x) = u(u(x))$$

$u(x) \in F$ donc est non vide différente de 0

car $u|_F$ restriction de ψ contient au moins 2. el $u(u(x))$



$$x - y = a_1(x_1 - x'_1) + a_2(x_2 - x'_2) + a_3(x_3 - x'_3)$$

(On utilise les règles de calcul des espaces vectoriels.)

$$\begin{array}{ll} \text{Or } x_1 - x'_1 \in \mathbb{R} & x_1 - x'_1 = k_1 \\ x_2 - x'_2 \in \mathbb{R} & x_2 - x'_2 = k_2 \\ x_3 - x'_3 \in \mathbb{R} & x_3 - x'_3 = k_3 \end{array}$$

donc $x - y$ s'écrit

$$x - y = b = a_1 k_1 + a_2 k_2 + a_3 k_3 \quad \text{qui est un élément de } F.$$

donc $\forall F \subset F.$

φ est donc stable pour F .

4) $\{f_1, f_2, f_3\}$ base de F .

Le système $\{f_1, f_2, f_3\}$ possède 3 éléments

a) Donc le nombre d'éléments du système est égal à la dimension de F

C'est donc une partie maximale

Montrons que cette partie est libre

Soient $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$.

Écrivons la somme $\lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \lambda_3 f_3$ et annulons $\lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \lambda_3 f_3 = 0$.

$$\text{Or } f_1 = 2e_1 - e_2 - e_3 + e_4 \quad f_1 \text{ est non nul.}$$

