

Concours d'entrée en PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.122

Auteur(s) : Daniel Fouquet

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1973

Matériau(x) et technique(s) : papier | encre bleue

Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), du candidat Daniel Fouquet. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques et physique-chimie), catégorie 3 section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est à La Halle aux Toiles de Rouen. L'épreuve se déroule en mai 1973. La note obtenue est de 13/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 07/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 12 p.

Nom et Prénom : FOUQUET Daniel

N° d'inscription : 110 Centre d'examen : ROUEN

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Examen : Concours d'entrée en PEGC Session : Mai 75

Spécialité ou Série : Mathématiques Physiques

Si votre composition
comporte plusieurs
feuillets.

numérotez-les 1 / 3

Note :

13

20

Composition de Mathématiques

II fonction $x \mapsto \sqrt{x^2(x-1)}$

1
La fonction polynôme réelle est dérivable.
La composée $f \circ g$ d'une fonction dérivable f
avec g avec n entiers est dérivable en
tout point où la fonction f ne s'annule
pas.

La fonction considérée est donc dérivable en
tout point réel différent de 0 et +1

$$\text{et } f'(x) = \frac{1}{2} (3x^2 - 2x) [x^2(x-1)]^{-\frac{1}{2}}$$

2) étude en 0 :

Soit pour x tendant vers 0,
 $\sqrt[3]{x^2(x-1)}$ équivaut à $\sqrt[3]{-x^2}$

$$\text{Donc } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{-x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{-1}}{x^{\frac{1}{3}}}$$

Soit f' est définie en 0 à gauche et à droite
et vaut $f'(0^-) = \infty$, $f'(0^+) = -\infty$.

étude en $+1$

$$\lim_{x \rightarrow +1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +1} \frac{\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x-1}}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +1} \sqrt[3]{x^2} \cdot (x-1)^{-\frac{2}{3}}$$

Donc f' est définie en $+1$ à gauche
et à droite et prend pour valeurs
 $f'(+1^-) = +\infty$ $f'(+1^+) = +\infty$

$$3) \frac{f(x)}{x} = \frac{\sqrt[3]{x^2(x-1)}}{x} = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x^2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} = A$$

fait en posant $X = \frac{1}{x}$ soit $X \rightarrow 0$ quand $x \rightarrow \pm\infty$

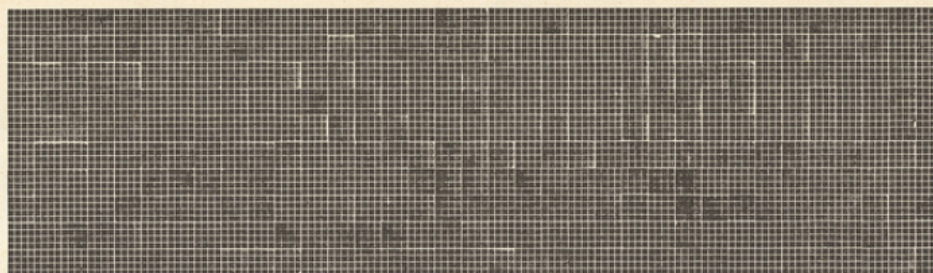
$$A = \sqrt[3]{1 - X} = X^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{1 - X}$$

Le développement limité de $\sqrt[3]{1-X}$
est

$$\sqrt[3]{1-X} = 1 + \frac{X}{3} - \frac{X^2}{9} + o(X^2)$$

Donc celui de A est $A = X^{\frac{1}{3}} + \frac{X^{\frac{4}{3}}}{3} - \frac{X^{\frac{7}{3}}}{9} + o(X^{\frac{7}{3}})$

La fonction $f(x)$ admettra donc pour asymptote
pour $x \rightarrow \pm\infty$ la droite $y = x + \frac{1}{3}$
elle sera du côté des y négatifs pour $x \rightarrow +\infty$
des y positifs pour $x \rightarrow -\infty$



$$f'(x) = \frac{1}{3} (3x^2 - 2x) [x^2 (x-1)]^{-\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{1}{3} (3x - 2) x^{-\frac{1}{3}} (x-1)^{-\frac{2}{3}}$$

x	$-\infty$	0	$2/3$	1	$+\infty$
$3x - 2$	-	-	+	+	+
$x^{-\frac{1}{3}}$	-	+	+	+	+
$(x-1)^{-\frac{2}{3}}$	+	+	+	+	+
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$+$	$+$
$f(x)$	-0	0	$-\frac{\sqrt[3]{4}}{3}$	0	$+\infty$

①