

Entrée C-F du PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.121

Auteur(s) : Jocelyne Olmes

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1973

Matériau(x) et technique(s) : papier encre bleue

Description : Deux copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), de la candidate Jocelyne Olmes. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques et physique-chimie), catégorie 2 section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est l'ENF ou ENI (Ecole Normale de Filles ou Ecole Normale d'Institutrices) se situant au 09, rue de Lille à Rouen. L'épreuve se déroule le 02 mai 1973. La note obtenue est de 03/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 09,75/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 8 p. dont 6 p. manuscrites

Nom et Prénom : OLMES Jocelyne

N° d'inscription : 65

Centre d'examen : École normale fille Rouen

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Examen : entrée C.F. du P.E.G.C

Session : 73

Si votre composition
comporte plusieurs
feuilles,

Spécialité ou Série : C

numérotez-les /

Note :

03

20

Composition de MATHEMATIQUES

I. $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$\hat{4} = \{...-6, -1, 4, 9, 13, \dots\}$

Suite des puissances de $\hat{4}$

$\hat{4}^2 = \{...-36, 1, 16, 81, 18, \dots\} = \hat{1}$ de même (positifs seulement)

$\hat{4}^3 = \hat{4}$

on aura donc $\hat{4}^{2k+1} = \hat{4}$

$\hat{4}^{2k} = \hat{1}$ selon que l'on aura dans la série 1 ou -1

$\Rightarrow 2^{4p} \equiv 1 \pmod{5}$

$2 \equiv 4 \pmod{5}$

$\Rightarrow 2^{4p+1} = 2^{4p} \times 2 \equiv 4 \pmod{5}$

de $3 \equiv 1 \pmod{5}$

$\Rightarrow 2^{4p+1} + 3 \equiv 4 + 1 \equiv 5 \equiv 0 \pmod{5}$

II. $f_m : x \rightarrow \frac{x^2 - mx + 3}{x^2 + 4x - (m+1)}$

$\Delta = 5 + m \Rightarrow \frac{x'}{x''} = -2 \pm \sqrt{m+5}$

pour $x \neq x''$ $f_m(x)$ non définie

Com représentation de f_m dans $(0, \vec{x}, \vec{y})$ orthonommé.

1/ $x \rightarrow \pm \infty$ $f_m(x) \rightarrow 1 \Rightarrow 2$ branches infinies en m

$x \rightarrow 0$ $f_m(x) \rightarrow \frac{3}{m+1}$

direction de l'asymptote. Cherchons $\frac{f_m(x)}{x}$

$\frac{f_m(x)}{x} =$ on voit que lorsque $x \rightarrow \pm \infty$ $f_m(x) \rightarrow 1$

si l'on fait la division de $x^2 - mx + 3$ par $x^2 + 4x - (m+1)$

on obtient $f_m(x) = 1 + \frac{-(m+4)x + (m+3)}{x^2 + 4x - (m+1)}$ d'où l'asymptote précédemment
trouvé par la limite $y=1 \Rightarrow$ asymptote // à $(0, \vec{x})$

Pour les valeurs pour lesquelles le dénominateur est défini

on a pour $f_m(x) = 1$: $x^2 - mx + 3 = x^2 + 4x - (m+1)$

$$(m+4)x - (m+1) = 0$$

a) $m = -4$

alors $f_m(x) = 1 =$ asymptote

$f_m(x)$ est alors réduit à une droite.

b) $m \neq -4$

on doit alors avoir $x - 1 = 0$

soit $x = 1$

$\Rightarrow f_m(x) = \frac{1 - m + 3}{1 + 4 - m - 1} = 1$ (vérifier car égale à l'ordonnée de l'asymptote)

\Rightarrow point de concours entre $f_m(x)$ et asymptote $(1, 1)$

2) Soient 2 valeurs de m , m_1 et m_2 les 2 courbes C_{m_1} et C_{m_2}

passent par un même point $m(x_0, y_0)$ $m_1 \neq m_2$

pour trouver ce point égalisons $f_{m_1}(x_0)$ et $f_{m_2}(x_0)$

$$\frac{x_0^2 - m_1 x_0 + 3}{x_0^2 + 4x_0 - (m_1 + 1)} = \frac{x_0^2 - m_2 x_0 + 3}{x_0^2 + 4x_0 - (m_2 + 1)}$$

$$(x_0^2 - m_1 x_0 + 3)(x_0^2 + 4x_0 - (m_2 + 1)) = (x_0^2 - m_2 x_0 + 3)(x_0^2 + 4x_0 - (m_1 + 1))$$

$$\begin{aligned} x_0^4 + 4x_0^3 - (m_1 + 1)x_0^2 - 4m_1 x_0 + 3x_0 - 3m_2 - 3 + m_1 m_2 x_0 + m_2 x_0 + 3x_0^2 + 12x_0 &= x_0^4 + 4x_0^3 - (m_2 + 1)x_0^2 - 4m_2 x_0 + 3x_0 - 3m_1 - 3 + m_2 m_1 x_0 + m_1 x_0 + 3x_0^2 + 12x_0 \\ - 3x_0^2 + 12x_0 - 3m_1 - 3 & \end{aligned}$$

$$-x_0^3 m_1 + x_0^3 m_2 + 3x_0^2 m_2 - 3x_0^2 m_1 + m_1 x_0 - m_2 x_0 + 3m_1 - 3m_2 = 0$$

$$(m_2 - m_1)(x_0^3 - 3x_0^2 + x_0 - 3) = 0$$

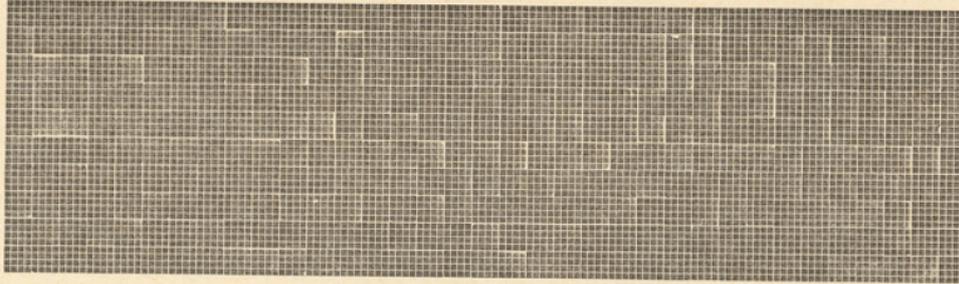
on doit donc avoir $x_0^3 - 3x_0^2 + x_0 - 3 = 0$

on connaît déjà une solution qui est $x = 1$

soit on met $x - 1$ en facteur

$$(x_0 - 1)(x_0^2 - 2x_0 + 3) = 0$$

$\Delta < 0 \Rightarrow$ pas de racine \Rightarrow une seule solution $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$



3) $m=3$

$$f_3(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 + 4x - 4} \rightarrow d: \mathbb{D} = (\mathbb{R} \setminus \{-2 - \sqrt{8}, -2 + \sqrt{8}\}) \text{ continue et dérivable sur } \mathbb{D}.$$

$$= (\mathbb{R} \setminus \{-2(1 + \sqrt{2}), -2(1 - \sqrt{2})\})$$

$$f_3'(x) = \frac{(2x - 3)(x^2 + 4x - 4) - (x^2 - 3x + 3)(2x + 4)}{(x^2 + 4x - 4)^2}$$

même domaine de définition que $f_3(x)$

le signe de la dérivée dépendra du signe du numérateur N .

$$N = (2x - 3)(x^2 + 4x - 4) - (x^2 - 3x + 3)(2x + 4)$$

$$N = 2x^3 + 8x^2 - 8x - 3x^2 - 12x + 12 - 2x^3 + 6x^2 - 6x - 6x^2 + 12x + 12$$

$$N = 7x^2 - 14x = 7(x^2 - 2)$$

$$f_3'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty[$$

pour ces valeurs de x la fonction sera croissante.

x	$-\infty$	$-2 - \sqrt{8}$	$-\sqrt{2}$	$-2 + \sqrt{8}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$	$x = -2 - \sqrt{8}$	$b_3 \sim \frac{147}{784}$
y'	+	+	0	-	0	+	asympt.	$\sim y = 0,22x$
y	1^+	$+\infty$	$\sim -1,2$	$+\infty$	$\sim 0,2$	1^-		

