

Admission aux centres PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.120

Auteur(s) : Chantal Carpentier

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1973

Matériau(x) et technique(s) : papier | encre noire

Description : Quatre copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), de la candidate Chantal Carpentier. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques et physique-chimie), catégorie 2 section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est l'ENF ou ENI (Ecole Normale de Filles ou Ecole Normale d'Institutrices) se situant au 09, rue de Lille à Rouen. L'épreuve se déroule le 02 mai 1973. La note obtenue est de 09/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 09,75/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 16 p. dont 13 p. manuscrites

Objets associés : 2024.0.126

Nom et Prénom : CARPENTIER CHANTAL

N° d'inscription : 53

Centre d'examen : Ecole Normale, 9 rue de Lille - ROUEN.

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

9

Note :

09

20

Examen : Admission aux centres de PEGC Session : de 1973

Spécialité ou Série : scientifique C.

Si votre composition comporte plusieurs feuillets.

numérotez-les 1 /

Composition de MATHÉMATIQUES.

Exercice I.

La suite des puissances de i dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ est l'ensemble défini par i^n lorsque n décrit \mathbb{N} ;

ainsi :

$$i^0 = i \pmod{5}$$

$$i^1 = i \pmod{5}$$

$$i^2 = i^2 \pmod{5}, \text{ ou } i^2 = 3 \times 5 + 1 \text{ donc } i^2 \equiv 1 \pmod{5}, \text{ et}$$

$$i^3 = i \pmod{5}$$

$$i^4 = i \times i \pmod{5}$$

$$i^3 = i \pmod{5}$$

Selon que la puissance n de i^n est paire ou impaire, i^n est égale à la classe d'équivalence i ou 1 modulo 5 :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \begin{cases} i^{2n+1} = i \pmod{5} \\ i^{2n} = 1 \pmod{5} \end{cases}$$

Conclusion :

La suite des puissances de i dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ se définit ainsi :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \begin{cases} i^{2n+1} = i \pmod{5} \\ i^{2n} = 1 \pmod{5} \end{cases}$$

En déduire que $2^{4p+1} + 3$ est divisible par 5 :

Cherchons à quoi est congrus $2^{4p+1} + 3$ modulo 5.

$2^{4p+1} + 3$ peut également se mettre sous la forme $2^{4p} \times 2 + 3$ ou encore $4^{2p} \times 2 + 3$, quel que soit p .

or, $4^{2p} \equiv 1 \pmod{5}$

donc $4^{2p} \times 2 \equiv 1 \times 2 \pmod{5}$

et $4^{2p} \times 2 + 3 \equiv 2 + 3 \pmod{5}$

$4^{2p} \times 2 + 3 \equiv 0 \pmod{5}$.

donc : quel que soit p entier naturel, $4^{2p} \times 2 + 3$ est divisible par 5.

Et comme, toujours quel que soit p , $2^{4p+1} + 3 = 4^{2p} \times 2 + 3$, nous en déduisons que :

pour tout p entier naturel, $2^{4p+1} + 3$ est divisible par 5

étude limite ?

Nom et Prénom : CARPENTIER CHANTAL

N° d'inscription : 53

Centre d'examen : 3 - rue de Lille, Rouen

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Examen : admission aux centres de PEGC Session : de 1973

Spécialité ou Série : scientifique C.

Si votre composition
comporte plusieurs
feuillets.

numérotez-les 2 /

Note :

20

Composition de MATHÉMATIQUES.

③ Étudier la fonction f_3 correspondant à $m=3$.

$$x \mapsto f_3(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 + 4x - 4}$$

La fonction f_3 est définie pour tout x tel que $x^2 + 4x - 4 \neq 0$, soit x différent de $(-2 - \sqrt{2})$ et de $(-2 + \sqrt{2})$

donc son ensemble de Définition D_3 est : $D_3 = \mathbb{R} \setminus \{-2 - \sqrt{2}, -2 + \sqrt{2}\}$

Continuité : La fonction $f_3(x)$ étant le rapport de deux fonctions polynômes continues sur \mathbb{R} , est continue sur chacun des intervalles où elle est définie :

f_3 est continue sur $]-\infty, -2 - \sqrt{2}[$ $] -2 - \sqrt{2}, -2 + \sqrt{2}[$ $] -2 + \sqrt{2}, +\infty[$

Dérivabilité : f_3 est dérivable en tout point de son ensemble de Définition.
Calculons donc sa dérivée f'_3 :

$$f'_3(x) = \frac{(2x-3)(x^2+4x-4) - (2x+4)(x^2-3x+3)}{(x^2+4x-4)^2}$$

$$f'_3(x) = \frac{2x^3 + 8x^2 - 8x - 3x^2 - 42x + 12 - 2x^3 + 6x^2 - 6x - 4x^2 + 12x - 12}{(x^2+4x-4)^2} = \frac{7x^2 - 14x}{(x^2+4x-4)^2}$$

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.