Concours d'entrée en PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.119
Auteur(s) : Thierry Lambert
Type de document : travail d'élève
Période de création : 4e quart 20e siècle
Date de création : 1973
Matériau(x) et technique(s) : papier | encre noire
Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.
Mesures : hauteur : 31,1 cm
largeur : 24 cm
Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), du candidat Thierry Lambert, alors âgé de 18 ans. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques et physique-chimie), catégorie 2 section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est l'ENF ou ENI (Ecole Normale de Filles ou Ecole Normale d'Institutrices) se situant au 09, rue de Lille à Rouen. L'épreuve se déroule le 02 mai 1973. La note obtenue est de 16/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 09,75/20.
Mots-clés : Compositions et copies d'examens
Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire
Lieu(x) de création : Rouen
Autres descriptions : Langue : Français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 12 p. dont 9 p. manuscrites

Nom et Prénom : Lambert Thierry

N° d'inscription : 60 Centre d'examen :

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur 2

Note : 16/20

Examen : Concours d'entrée en P.E.G.C. Session : 3

Spécialité ou Série : 2

Si votre composition comporte plusieurs feuillets, numérotez-les 1/

Composition de

I/ * Etude de 4 dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$.

$4^1 = 4$.

$4^2 = 4 \times 4 = -1 \times -1 = 1$.

$4^3 = 4^2 \times 4 = 1 \times 4 = 4$.

donc $4^{2n} = 4$ et $4^{2n+1} = 1$.

Supposons ceci vrai jusqu'à la puissance $2n-1$ de 4.

Ceci sera vrai, $\forall n \in \mathbb{N}$ si et seulement si $4^{2n} = 4$.

or $2n-1$ est impair, donc $4^{2n-1} = 4$.

$4^{2n} = 4^{2n-1} \times 4 = 4 \times 4 = 5 \times 3 + 1 = 1$.

$4^{2n+1} = 4^{2n} \times 4 = 1 \times 4 = 4$.

donc, les puissances impaires de 4 sont égales à 4 et les puissances paires égales à 1 dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$.

1,5

* $2^{4p+1} + 3 = 2^{4p} \times 2 + 3 = 4^{2p} \times 2 + 3$.

or $\forall p$, $4^{2p} \equiv 1 \ (5)$

donc $\forall p$, $4^{2p} \times 2 \equiv 2 \ (5)$

donc : $\forall p$, $2^{4p+1} \equiv 2 \ (5)$.

et $\forall p$, $2^{4p+1} + 3 \equiv 2 + 3 \ (5)$

$\forall p$, $2^{4p+1} + 3 \equiv 5 \ (5)$

donc $\forall p$, $2^{4p+1} + 3 \equiv 0 \ (5)$.

En résumé, $2^{4p+1} + 3$ est divisible par 5 quel que soit $p \in \mathbb{N}$

N. B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

II/ $f_m \quad x \rightsquigarrow \dfrac{x^2 - mx + 3}{x^2 + 4x - (m+1)}$

1°/ * $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2 - mx + 3}{x^2 + 4x - (m+1)} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2}{x^2} = 1$ (quel que soit m)

la fonction admet une limite finie quand $x \to \infty$.
Donc, la ~~fonction~~ courbe admet pour asymptote la droite Δ d'équation $y = 1$ qui est parallèle à l'axe $(O, \vec{i})$.

* $\forall m, C_m$ coupe Δ en $\Pi \iff \forall m, \exists! \Pi(x, 1) \in C_m$.
$\iff \forall m, \exists! x : f(x) = 1$.

$f(x) = 1 \iff \forall m, x^2 + 4x - (m+1) = x^2 - mx + 3$
$\iff \forall m, \quad 4x - (m+1) = 3 - mx$
$\iff \forall m, \quad 4x + mx = m + 1 + 3 \iff \forall m, \quad x(4+m) = m+4$
$\iff \forall m \neq -4, \quad x = \dfrac{m+4}{m+4} = 1$

si $m = -4$:
$f_{-4} = \dfrac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 4x + 3} = 1$.
f_{-4} est la fonction constante qui à x associe $y = 1$.
donc : $f_{-4} = \Delta$.

En résumé : $\forall m, \quad M(1, 1) \in C_m$.

1

2°/ Soit un point $\Pi_0(x_0, y_0)$.
Existent-ils des valeurs de m tq $\Pi_0 \in C_m$?
$\Pi_0(x_0, y_0) \in C_m \iff$
$y_0 = \dfrac{x_0^2 - mx_0 + 3}{x_0^2 + 4x_0 - (m+1)} \iff y_0\left(x_0^2 + 4x_0 - (m+1)\right) = x_0^2 - mx_0 + 3$

$\iff x_0^2 y_0 + 4x_0 y_0 - (m+1) y_0 = x_0^2 - mx_0 + 3$

Nom et Prénom : Lombart Thierry

N° d'inscription : 60

Centre d'examen :

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Examen :

Session : 3

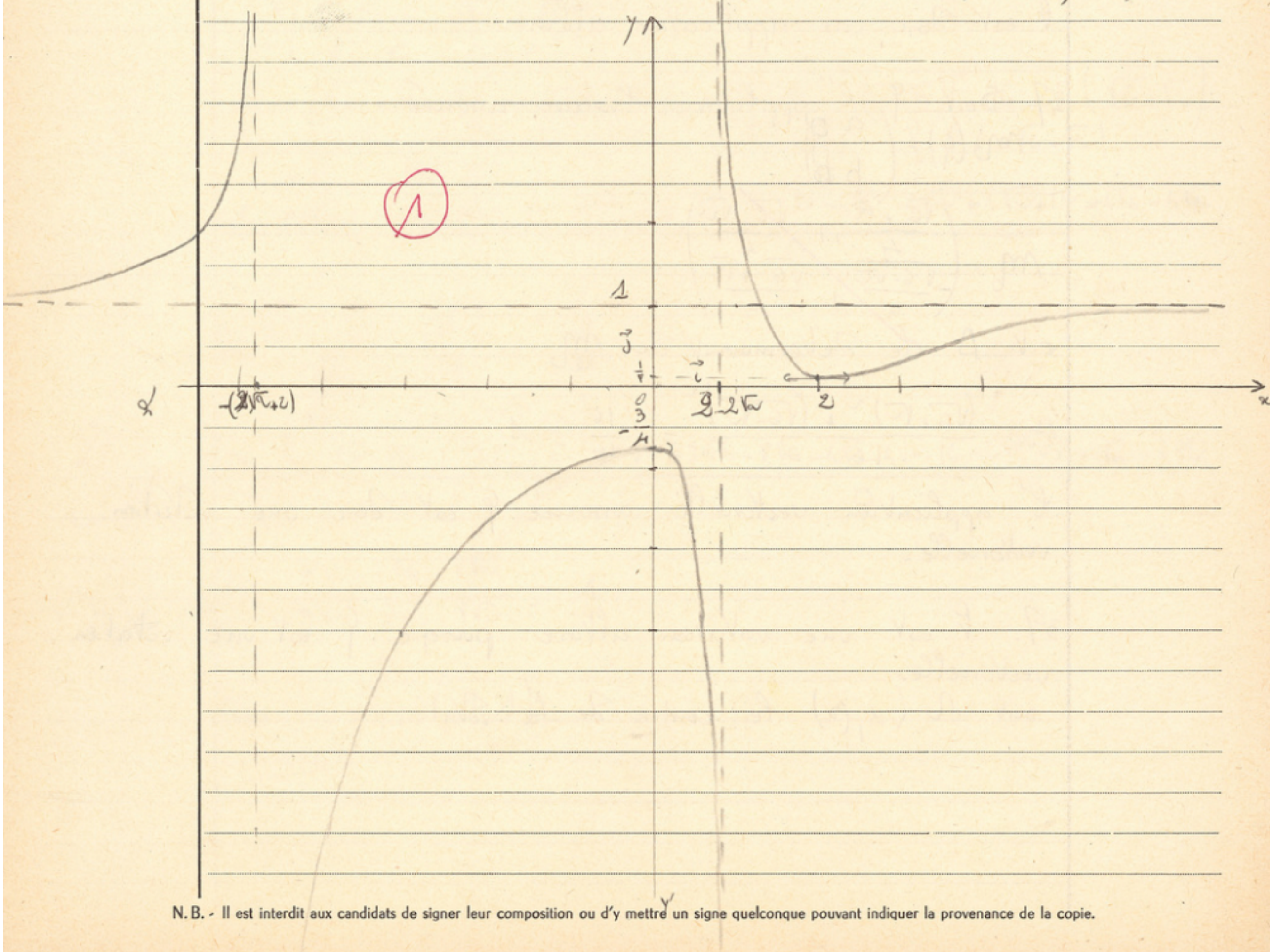
Spécialité ou Série : 2

Si votre composition comporte plusieurs feuillets, numérotez-les 2/

Note : 1/20

Composition de

Sont asymptotes les droites d'équation : $x = 1$; $y = 2\sqrt{2} - 2$; $y = -2\sqrt{2} - 2$



N. B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.