Sciences I, 1920. Mathématiques

Numéro d'inventaire : 2016.90.94
Type de document : texte ou document administratif
Éditeur : Ministères de l'Instruction publique et des Beaux-arts
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1920
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.
Mesures : hauteur : 31,9 cm
largeur : 21 cm
Notes : Sujet de composition de mathématiques.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 2 p.
Lieux : Paris

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE
ET
DES BEAUX-ARTS.

Sciences. — I.

1920.

MATHÉMATIQUES.

(*Première composition.*)

N. B. Il est inutile de reproduire l'énoncé sur la copie.

On donne trois axes rectangulaires Ox, Oy, Oz, et deux cônes de révolution de sommets O et A ayant pour équations :

$$\text{O)}\qquad x^2+y^2-2z^2=0,$$
$$\text{A)}\qquad (x-a)^2+y^2-z^2=0,$$

(a est une constante positive).

1° Les cônes O et A ont en commun une courbe du quatrième degré Γ dont les projections sur les plans des zx et des xy mettent en évidence que par cette courbe passent deux cylindres du second degré qu'on considérera comme des cônes dont les sommets B et C seraient à l'infini, et on appellera tétraèdre OABC la figure obtenue en joignant deux à deux les quatre points A, B, C, O.

Soit M_1 (x_1, y_1, z_1) un point de la courbe Γ. Montrer que toute droite passant par ce point et coupant deux arêtes opposées du tétraèdre OABC en deux points R et S coupe Γ en un second point conjugué harmonique de M_1 par rapport à R et S. Calculer les coordonnées des trois points M_2, M_3, M_4, ainsi obtenus en fonction de celles de M_1. Montrer que deux arêtes opposées quelconques du tétraèdre $M_1M_2M_3M_4$ coupent deux mêmes arêtes opposées de OABC et que ce tétraèdre est connu lorsqu'on donne l'un de ses sommets.

Les quatre points $M_1M_2M_3M_4$ seront appelés points associés.

2° Par la courbe Γ passent des hyperboloïdes à une nappe H_t dont l'équation est de la forme

$$x^2+y^2-2z^2-t^2\left[(x-a)^2+y^2-z^2\right]=0,$$

t étant un paramètre positif qui satisfait à certaines conditions. Étudier les sections de ces hyperboloïdes par le plan Oxy. Former en fonction d'un paramètre l'équation générale des génératrices de l'un des systèmes de H_t et montrer qu'il existe quatre de ces génératrices qui sont tangentes à la courbe Γ. Reconnaître suivant les valeurs de t si ces génératrices sont réelles. Calculer les coordonnées des quatre points de contact $M_1M_2M_3M_4$

T. S. V. P.