Algèbre n°2

Numéro d'inventaire : 2015.8.4764
Auteur(s) : Pelletier
Type de document : travail d'élève
Période de création : 3e quart 20e siècle
Date de création : 1950 (entre) / 1951 (et)
Matériau(x) et technique(s) : papier ligné, papier cartonné
Description : Cahier cousu, couverture bleue, dos plastifié noir, 1ère de couverture avec un motif décoratif sur le côté gauche et la moitié supérieure incluant l'inscription "le Moderne", en bas "Librairie-Papeterie Chenain et Fils - Voiron". Réglure seyes, encre rouge, noire, crayons de bois et de couleur.
Mesures : hauteur : 22 cm ; largeur : 17,2 cm
Notes : Cahier de cours, de "M 1": primitives (calcul des primitives, applications des primitives), théorie des erreurs (erreur absolue, erreur relative. 2e degré compléments (problèmes du second degré, classification des racines de 2 équations du 2e degré, équation bicarrée-trinôme bicarré), équations réciproques (de 1ère espèce, de 2e espèce), équations binômes-équations trinômes, équations irrationnelles.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Enseignement technique et professionnel
Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé.
Commentaire pagination : 72 p. manuscrites sur 80 p.
Langue : français.
ill. en coul. : Constructions de l'élève.
Lieux : Voiron

Pelletier
M1

AS. 1950 - 51

ALGEBRE

N° 2

PRIMITIVES

I Calcul des primitives

1 Définition: On appelle primitive d'une fonction $y = f(x)$ une autre fonction $F(x)$ dont $f(x)$ est la dérivée.

$$F'_x = f(x)$$

Exemple : une primitive de $y = 2x$ est x^2

2 Obtention de toutes les primitives d'une fonction :

1) Quand on ajoute une constante à la primitive d'une fonction, on obtient une autre primitive de cette fonction.

$y = f(x)$ $\quad F(x)$ $\quad F'(x) = f(x)$

$F(x) + C$ $\quad F'(x) = f(x)$
$\downarrow \quad \downarrow$
$F(x) \quad 0$

Exemple: $y = 2x$ $\quad \left.\begin{matrix} x^2 \\ x^2+3 \end{matrix}\right\}$ primitives de la fonction $y = 2x$

2) Réciproque: 2 primitives d'une même fonction ne diffèrent que par une constante.

$$y = f(x) \quad \begin{cases} F(x) \\ \Phi(x) \end{cases}$$

$$\varphi(x) = F(x) - \Phi(x)$$
$$\varphi'(x) = F'(x) - \Phi'(x) = f(x) - f(x) = 0$$

$a < b$

$$\frac{\varphi(b) - \varphi(a)}{b - a} = \varphi'(c) \qquad c \text{ dans } [a, b]$$

donc $\varphi(x) = C$

$$\boxed{F(x) = \Phi(x) + C}$$

Conséquence: On obtiendra toutes les primitives d'une fonction donnée en ajoutant une cte à une primitive qcq. de cette fonction.

3 Calcul des primitives :

On formera le tableau des primitives en appliquant la propriété: si la fonction $U(x)$ admet $F(x)$ comme primitive, la fonction $KU(x)$ $(K = c^{te})$ admet comme primitive $KF(x)$.

x^m	$\frac{1}{m+1} x^{m+1}$
$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$	$-x^{-1} = -\frac{1}{x}$
$\frac{1}{x^m} = x^{-m}$	$\frac{1}{1-m} \frac{1}{x^{m-1}} = -\frac{1}{m-1} \frac{1}{x^{m-1}}$
$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	$\frac{2}{3}\sqrt{x^3}$
$\frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-\frac{1}{2}}$	$2\sqrt{x}$
Remarque: $\frac{1}{x}$	$L\vert x\vert$
$(ax+b)^m$	$\frac{1}{a(m+1)}(ax+b)^{m+1}$
$U^m U'$	$\frac{1}{m+1} U^{m+1}$
$\sqrt{ax+b} = (ax+b)^{\frac{1}{2}}$	$\frac{2}{3a}\sqrt{(ax+b)^3}$
$\overset{U}{(ax^2+bx+c)}\overset{U'}{(2ax+b)}$	$\frac{1}{2}(ax^2+bx+c)^2$
$\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ $\quad U^m U'$	$2\sqrt{f(x)}$
$\frac{f'(x)}{f(x)}$	$L\vert f(x)\vert$

Primitives des polynômes: on applique la propriété : si u, v, w sont 3 fonctions de x admettant respectivement comme primitives U, V, W, une des primitives de la Σ $u+v+w$ est $U+V+W$.
(dérivée d'une somme.)

Exemple: $P(x) = 5x^6 - 3x^5 + 2x^4 + x^3 - 17x^2 + 4x + 1$
primitive $= \frac{5}{7}x^7 - \frac{1}{2}x^6 + \frac{2}{5}x^5 + \frac{1}{4}x^4 - \frac{17}{3}x^3 + 2x^2 + x + C$

Remarque: le degré augmente d'une unité.

Primitives des fonctions trigonométriques:

	dérivée
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$
$\operatorname{cotg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \operatorname{cotg}^2 x)$

	Primitive
$\sin x$	$-\cos x$
$\cos x$	$\sin x$
$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{(\cos x)'}{\cos x}$	$\rightarrow -L\vert\cos x\vert$
$\operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{(\sin x)'}{\sin x}$	$\rightarrow L\vert\sin x\vert$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x$
$-\frac{1}{\sin^2 x}$	$\operatorname{cotg} x$

L'arc figure par un de ses multiples ou par un de ses sous-multiples

$\sin mx \rightarrow -\frac{1}{m}\cos mx$
$\cos mx \rightarrow \frac{1}{m}\sin mx$

Exemples:
$\sin 2x \rightarrow -\frac{1}{2}\cos 2x$
$\cos 2x \rightarrow \frac{1}{2}\sin 2x$
$\sin 3x \rightarrow -\frac{1}{3}\cos 3x$
$\cos 3x \rightarrow \frac{1}{3}\sin 3x$
$\sin \frac{x}{2} \rightarrow -2\cos\frac{x}{2}$
$\cos \frac{x}{2} \rightarrow 2\sin\frac{x}{2}$