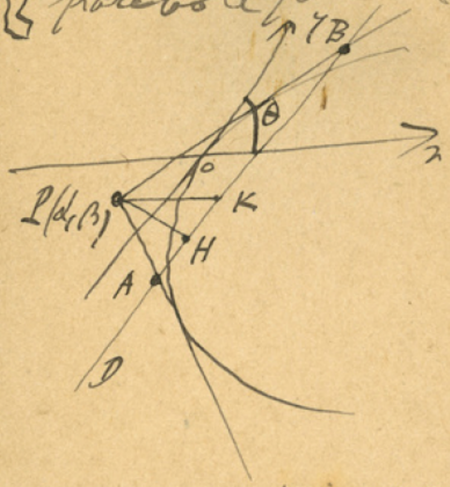
Sujet de l'Ecole Polytechnique

Numéro d'inventaire : 2016.90.92
Type de document : travail d'élève
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1925
Matériau(x) et technique(s) : papier cartonné
Description : Ensemble de fiches simples cartonnées tenues par un trombone. Ecriture sur le recto et verso des feuilles. MS encre noire et crayon bleu.
Mesures : hauteur : 19,2 cm ; largeur : 12,4 cm
Notes : Sujet de 1883 de l'Ecole Polytechnique repris comme exercice en 1925.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 16 p.
ill.
Lieux : Paris

EI. 1883. Donné en conf en 7bre 1929

I.

On donne la Par P et 1 dr D et on dem le lieu des pt tel que les tang menées de ce pt à la parabole forment avec la dr D un tri de surf donnée



Axes : dia de la dir D et tang à l'ext.

$y^2-2px=0$

Soit $P(\alpha,\beta)$ un pt qq du pl. Men les tg PA, PB et évaluons l'aire du tri PAB.

$$S=\frac{1}{2}AB\times PH$$

$$S=\frac{1}{2}|y_1-y_2|\,PK.\sin\theta=\frac{1}{2}|y_1-y_2|\,|\alpha-a|\sin\theta$$

en appelant a l'absc de D. Cal $|y_1-y_2|$

Cher les tang à la par issues de $P(\alpha,\beta)$. Soit dans le pl 1 pt qq (x,y) et exp que la dr qui le joint au pt P coupe en 2 pts conf.

$$\left(\frac{\beta+\lambda y}{1+\lambda}\right)^2-2p\,\frac{\alpha+\lambda x}{1+\lambda}=0$$

$$(y^2-2px)\lambda^2+2\left[\beta y-p(x+\alpha)\right]\lambda+\beta^2-2p\alpha=0$$

$$(\beta^2-2p\alpha)(y^2-2px)-\left[\beta y-p(x+\alpha)\right]^2=0.$$

y_1 et y_2 sont rac de

$$(\beta^2-2p\alpha)(y^2-2pa)-\left[\beta y-p(a+\alpha)\right]^2=0 \quad \text{ou}$$

$$2\alpha y^2-2\beta(a+\alpha)y+2a(\beta^2-2p\alpha)+p(a+\alpha)^2=0$$

$$(y_1-y_2)^2=\frac{\beta^2(a+\alpha)^2}{\alpha^2}-4\,\frac{2a(\beta^2-2p\alpha)+p(a+\alpha)^2}{2\alpha}$$

$$=\frac{\beta^2(a+\alpha)^2-2\alpha\left[2a(\beta^2-2p\alpha)+p(a+\alpha)^2\right]}{\alpha^2}$$

le Numérateur s'écrit $\beta^2(\alpha-a)^2-2p\alpha(\alpha-a)^2=(\beta^2-2p\alpha)(\alpha-a)^2$

On a donc $S^2=\dfrac{(\beta^2-2p\alpha)(\alpha-a)^4}{4\alpha^2}\sin^2\theta$

Eq du lieu : $(x-a)^4(y^2-2px)=K^4x^2$, en app $\frac{1}{2}K^2\sin\theta$ la surf du triangle.

Courbe du 6e ordre. Dir asy : $x^4y^2=0$. Le pt à l'infini sur Oy est un pt quadruple