

Exercices, conférences

Numéro d'inventaire : 2016.90.87

Type de document : travail d'élève

Période de création : 1er quart 20e siècle

Date de création : 1924 (entre) / 1925 (et)

Matériau(x) et technique(s) : papier

Description : Cahier cousu avec une couverture rouge portant une étiquette de titre.

Inscriptions : " J. Cor 1295", "Salle 7" et "X - 1913 - 1914". Nombreuses pages blanches à la fin. Réglure double ligne 8 mm avec marge rouge. MS encre noire.

Mesures : hauteur : 22 cm ; largeur : 17,4 cm

Notes : Le cahier contient plusieurs exercices de l'Ecole Normale (1920,1922) et de l'Ecole Polytechnique (1923)

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Autres descriptions : Langue : français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 62 p.

Lieux : Paris

6.1.1922. On considère une courbe C représentant la variation de la fonction z de x

$y = \frac{u}{(x+1)^2}$, où $u = \arcsin \sqrt{\frac{ax}{x+1}}$,
 u varie entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, et a est 1 paramètre
 1° forme de la courbe pour $a=1$; arc comprise
 entre 0 et cette courbe.

2° Dans quel intervalle de variation de x la fonction y
 est-elle est pour chaque a ? Dans quelle
 région du plan doit se trouver le pt (x, y) pour qu'il
 passe par la pt 1 courbe C ?

Étudier la forme de la courbe C pour $a > 1$. Lorsque
 $a > 1$, l'équation sera facilitée en exprimant y en
 fonction de u , le paramètre et les valeurs extrêmes de x pour
 lesquelles y est max ou min.

Indiquer sur 1 même fig les diverses formes des courbes
 C et leurs per. relatives.

Expr x et y en fonction de u

$$\sin u = \sqrt{\frac{ax}{x+1}}, (x+1) \sin^2 u = ax, x = \frac{\sin^2 u}{a - \sin^2 u}$$

$$\text{D'où les eqs pour: } x = \frac{\sin^2 u}{a - \sin^2 u}, y = \frac{u(a - \sin^2 u)^2}{a^2}$$

où il faut faire varier u de 0 à $\frac{\pi}{2}$.

1° Cas partiel $a=1$. $x = \tan^2 u, y = u \cos u$.

Les fonctions sont continues dans $(0, \frac{\pi}{2})$ et les admettent des dérivées

$$\frac{dx}{du} = \frac{2 \tan u}{\cos^2 u}, \frac{dy}{du} = \cos^3 u (\cos u - 4u \sin u)$$

on en déduit la pente de la tangente: $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos u (\cos u - 4u \sin u)}{2 \sin u}$