Mathématiques : Géométrie

Numéro d'inventaire : 2015.8.4741
Auteur(s) : Michelle Flavin
Type de document : travail d'élève
Période de création : 3e quart 20e siècle
Date de création : 1959
Matériau(x) et technique(s) : papier ligné
Description : Ensemble d'1 feuille double et 2 feuilles simples, réglure type "papier millimétré" avec marge, encre bleue, noire, rouge, crayon de bois.
Mesures : hauteur : 21,8 cm ; largeur : 16,8 cm
Notes : Evaluation, 3e trimestre, notée : étude d'un triangle et d'un quadrilatère.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Lycée et collège classique et moderne
Niveau : 2nde
Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé.
Commentaire pagination : 8 p. manuscrites sur 8 p.
Langue : français.

Flouvin Michelle
LEN

17/20

Jeudi 30 Avril 1959.

Mathématiques.

Géométrie

Un 1/2 cercle fixe (O) de centre O, de rayon R est limité à son diamètre AB. C étant un pt variable du segment AB, on trace les demi-cercles (O_1) et (O_2) de diamètre AC et CB intérieurs à (O) et dont on appelle les centres O_1 et O_2. La tangente commune extérieure à O_1 et O_2 touche O_1 en T_1 et O_2 en T_2, coupe la droite AB en P et la tangente commune intérieure à O_1 et O_2 en I. La droite CI coupe O en M. La tangente en M à O coupe la droite AB en Q

1 Les droites AT_1 et BT_2 se coupent en D. Etudier le triangle CT_1T_2 et le quadrilatère CT_1DT_2

Situer D avec précision.

1) Montrer que M Q et T_1T_2 sont parallèles

3) Etablir les relations $\overline{MT_1}.\overline{MA} = \overline{MC}^2 = \overline{MT_2}.\overline{MB}$

et $\overline{PC}^2 = \overline{PT_1} \times \overline{PT_2} = \overline{PA}.\overline{PB}$

4) P étant donné, construire le pt C.

---

1 L'angle formé par une tangente et une corde issue du point de contact est égal à l'angle au centre interceptant le même arc.

Donc l'angle formé par la corde CT_2 et la tangente PT_2 est égal à $\widehat{B}$

et l'angle formé par la corde CT_1 et la tangente CT_1 est égal à $\widehat{A}$

$\widehat{B} = \widehat{T_1T_2}$ $\widehat{A} = \widehat{T_1T_2}$

Les triangle MAB et CT_1T_2 qui ont 2 angles respectivement égaux sont semblables. Leurs 3 angles sont égaux.

ll

$\widehat{AMB} = 90°$ par construction

d'où $\widehat{T_1CT_2} = 90°$. Le triangle CT_1T_2 est rectangle

$\widehat{DT_2C}$ a pour supplement CT_2B

Flavin. M.

Le quadrilatère CT_1MT_2 est inscriptible puisque c'est un rectangle ; le centre du cercle circonscrit est I. $PC \perp IC$

Donc : PC est tangente en C au cercle (I)

Nous pouvons donc écrire

$$\overline{PC}^2 = \overline{PT_1} \cdot \overline{PT_2}$$

Considérons les triangles PT_1A et PT_2B

ils ont $\widehat{P}$ commun

$\widehat{T_1}_3 = \widehat{T_1}_4$ comme opp. par le sommet.

Mais nous savons que $\widehat{T_1}_3 = \widehat{T_2}_2$

et $\widehat{T_2}_2 = \widehat{B}$

Donc : $\widehat{T_1}_4 = \widehat{B}$

Ces triangles ont 2 angles aigus égaux, ils sont semblables. D'où :

$$\frac{\overline{PT_1}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{PA}}{\overline{PT_2}}$$

$$\overline{PT_1} \cdot \overline{PT_2} = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$$

Nous avons donc :

$$\overline{PT_1} \cdot \overline{PT_2} = \overline{PC}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}.$$