

Devoir de mathématiques

Numéro d'inventaire : 2015.8.4227

Auteur(s) : R. Valli

Type de document : travail d'élève

Période de création : 2e quart 20e siècle

Date de création : 1938 (entre) / 1939 (et)

Matériau(x) et technique(s) : papier ligné

Description : Copie double, réglure petits carreaux 0,5 cm avec marge, encre bleue, rouge.

Mesures : hauteur : 22,5 cm ; largeur : 17,2 cm

Notes : Evaluation de géométrie dans le plan et d'algèbre, noté.

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : Lycée et collège classique et moderne

Niveau : 1ère

Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé.

Commentaire pagination : 4 p. manuscrites sur 4 p.

Langue : français.

R. Valli

1^{er} B

11

Lundi 31 Novembre 1938

Devoir de mathématiques.

On considère $x^2 - 3ax + a - 1 = 0$ où a est un paramètre 1) Peut-on affirmer a priori que l'équation a des racines quand on considère certaines valeurs de a à déterminer. 2) En se plaçant dans ce cas, calculez sans résoudre l'équation la somme $\frac{x_1 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - 1}{x_1}$ x_1 et x_2 étant les racines de l'équation.

1) On peut affirmer que l'équation a des racines lorsque $\Delta \geq 0$ c'est à dire lorsque $a - 1 \leq 0$ $a \leq 1$. Lorsque $a \leq 1$ on peut affirmer que l'équation a des racines

2) $S = \frac{x_1 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - 1}{x_1}$ on réduit au même dénominateur : $S = \frac{(x_1 - 1)x_1}{x_1 x_2} + \frac{(x_2 - 1)x_2}{x_1 x_2} = \frac{x_1^2 - x_1 + x_2^2 - x_2}{x_1 x_2}$

$S = \frac{x_1^2 + x_2^2 - (x_1 + x_2)}{x_1 x_2}$ On sait que

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$ on remplace $x_1^2 + x_2^2$ par

la valeur: $S = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - (x_1 + x_2)$

$x_1 + x_2$ est égal à la somme des racines $= 3a$

$x_1 \cdot x_2$ est égal au produit des racines $= a-1$

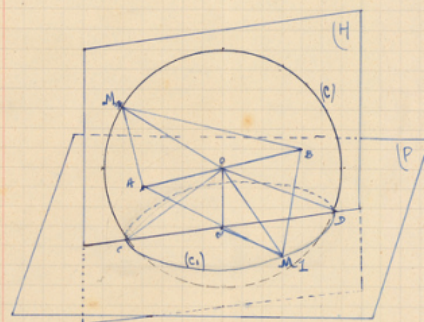
On obtient: $S = \frac{9a^2 - 2a + 2 - 3a}{a-1}$

$S = \frac{9a^2 - 5a + 2}{a-1} = \frac{9a^2 - 5a + 2}{a-1}$

Exact: $\frac{x_1-1}{x_2} + \frac{x_2-1}{x_1} = \frac{9a^2 - 5a + 2}{a-1}$

Trouvez dans un plan P le lieu géométrique des points dont la somme des carrés des distances à deux points fixes A et B situés dans le plan est égal à K^2 , K étant la mesure d'un segment donné et AB étant égal à a.

Par les points A et B on fait passer un plan perpendiculaire au plan P soit H ce plan. Dans le plan H le lieu des points dont la somme des carrés des distances à 2 points fixes est un cercle, en effet: $MA^2 + MB^2 = 2OM^2 + 2OA^2 = K^2$
 $OM^2 = R \Rightarrow 2OM^2 = 2R^2$ et $OA = \frac{a}{2} \Rightarrow 2OA^2 = \frac{a^2}{2}$



donc $K^2 = 2R^2 + \frac{a^2}{2}$ $2R^2 = K^2 - \frac{a^2}{2}$ ou
multiplie les 2 membres par 2: $4R^2 = 2K^2 - a^2$
 $R^2 = \frac{2K^2 - a^2}{2}$ $R = \frac{\sqrt{2K^2 - a^2}}{2}$

Dans le plan H, le lieu est un cercle C de centre O et de rayon $R = \frac{\sqrt{2K^2 - a^2}}{2}$.
Le cercle C coupe le plan P en 2 points C et D et ces 2 points répondent à la question. On projette O sur le plan P. Les plans H et P