Calcul intégral II

Numéro d'inventaire : 2016.90.58
Type de document : travail d'élève
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1909 (entre) / 1910 (et)
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Cahier cousu avec couverture en papier gris portant le tampon du lycée Janson de Sailly et les titres des leçons étudiées. Réglure double ligne 8 mm sans marge. MS encre noire et crayon rouge.
Mesures : hauteur : 22,3 cm ; largeur : 17,4 cm
Notes : Cours du lycée Janson de Sailly. Date estimée d'après le tome 1 Cahier de mathématiques : 2016.90.49 et le tome 5 Cahier de mathématiques : 2016.90.53.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 100 p.
ill.
Lieux : Paris

Calcul approché d'une intégrale définie

$$A = \int_a^b f(x)\,dx \qquad a < b$$

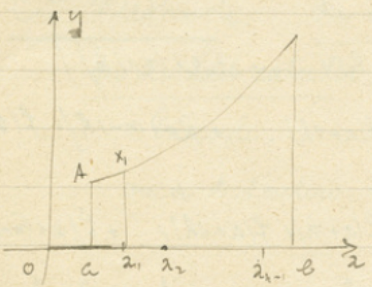
Si on ne connaît pas de primitive on peut chercher une valeur approchée de l'intégrale

On peut supposer $f(x) > 0$ et variant dans le même sens. Si non on partagerait l'intervalle en intervalles partiels de façon que ceci soit

Soit $f(x)$ croissante

Méthode des trapèzes.

Supposons qu'on ait intercalé entre a et b $(n-1)$ nombres intermédiaires $x_1, x_2 \ldots x_{n-1}$ alors



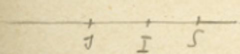
$$s = f(a)(x_1-a) + f(x_1)(x_2-x_1) + \ldots + f(x_{n-1})(b-x_{n-1})$$

$$S = f(x_1)(x_1-a) + f(x_2)(x_2-x_1) + \ldots + f(b)(b-x_{n-1})$$

On a

$$s < A < S$$

Il est naturel de prendre



$$I = \frac{S+s}{2}$$

l'erreur commise est évidemment moindre que $\frac{S-s}{2}$.

Interprétation géométrique.

On peut écrire

$$I = (x_1-a)\frac{f(a)+f(x_1)}{2} + (x_2-x_1)\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2} + \ldots + (b-x_{n-1})\frac{f(x_{n-1})+f(b)}{2}$$