

Aide-mémoire Analyse, Géométrie analytique

Numéro d'inventaire : 2015.8.4277

Auteur(s) : Jacques Dumont

Type de document : travail d'élève

Période de création : 2e quart 20e siècle

Date de création : 1945 (vers)

Matériau(x) et technique(s) : papier ligné, carton, métal

Description : Cahier à spirales, couverture cartonnée rouge, 1ère de couverture avec, en haut, manuscrits à l'encre noire "Aide-mémoire I" souligné, le nom et prénom de l'élève, en bas "Papeterie Joseph Gibert, Gérance Veschambre, 30 boulevard Saint-Michel-Paris (6)" imprimé en noir. Réglure de petits carreaux 0,5 cm sans marge, encre noire et bleue, crayon rouge.

Mesures : hauteur : 21 cm ; largeur : 14,5 cm

Notes : Cahier de définitions, théorèmes..., divisé en 2 parties, Analyse et Géométrie analytique. Analyse: analyse combinatoire; déterminants; systèmes d'équations linéaires; suites; limites d'une fonction; fonctions continues; fonctions de fonction; fonctions algébriques; fonctions circulaires directes; fonctions circulaires inverses; dérivées; théorèmes de Rolle, formule des accroissements finis, formules de Taylor et Mac-Laurin; variation d'une fonction; primitives; intégrales; fonctions transcendantes; développements limités, indéterminations; fonctions hyperboliques; séries numériques; fonctions de plusieurs variables; nombres complexes; racines d'une équation entière; racines réelles d'une équation; ; décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples; différentielles. Géométrie analytique: vecteurs libres; projections-composantes-coordonnées; produit scalaire; produit vectoriel; directions et angles; changements d'axes de coordonnées; équations des courbes et des surfaces; autres systèmes de coordonnées; la droite; plan et droite dans l'espace; éléments imaginaires-éléments à l'infini-coordonnées homogènes; birapport-homographie-involution; la sphère; lieux géométriques dans le plan; lieux dans l'espace; courbes planes d'équation $y=f(x)$; fonctions vectorielles d'une variable scalaire; courbes planes; courbes d'équation $f(x,y)=0$.

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : Lycée et collège classique et moderne

Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé.

Commentaire pagination : 195 p. manuscrites sur 198 p.

Langue : français.

Aide-mémoire.

Analyse

Dumont Jacques
CB

Analyse Combinatoire.

Permutations.

Toutes dispositions obtenues en écrivant m lettres dans un certain ordre.

$$P_m = m!$$

Arrangements.

Toutes dispositions obtenues en écrivant p des m lettres. Deux dispositions st distinctes si elles diffèrent par leur ordre ou leur nature.

$$A_m^p = m(m-1) \dots (m-p+1).$$

Combinaisons.

Toutes dispositions obtenues en écrivant p des m lettres. Deux dispositions st distinctes si elles diffèrent par leur nature

$$C_m^p = \frac{A_m^p}{p!} = \frac{m(m-1) \dots (m-p+1)}{p!} = \frac{m!}{p!(m-p)!}$$

Autres formules

$$C_m^p = C_{m-1}^p + C_{m-1}^{p-1} \quad (\text{tableau de Pascal})$$

Formule du binôme. ($C_m^p = C_m^{m-p}$).

$$(x+a)^m = x^m + C_m^1 x^{m-1} a + \dots + C_m^{m-1} x a^{m-1} + a^m.$$

$$(a+b+c+\dots+l)^2 = \sum a^2 + 2 \sum bc$$

$$(a+b+c+\dots+l)^3 = \sum a^3 + 3 \sum a^2 b + 6 \sum abc.$$

Applications.

$$S_1 = \frac{n(n+1)}{2} \quad S_2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad S_3 = (S_1)^2.$$

Déterminants.

Termes. On choisit n éléments du déterminant de façon que parmi ces n éléments il y en ait un et un seul dans chaque ligne et dans chaque colonne.

$I = nb.$ d'inversions des lignes
 $I' = nb.$ " " " colonnes
 Ou $a.$

$$T = (-1)^{I+I'} a_1^{i_1} a_2^{i_2} \dots a_n^{i_n}$$

Déterminant

$$D = \sum (-1)^{I+I'} a_1^{i_1} a_2^{i_2} \dots a_n^{i_n}$$

Propriétés

- On peut intervertir lignes et colonnes de m rang.
- Si on multiplie chaque élément d'un déterminant (n) par λ , ce det. est multiplié par λ^n .
- Si on intervertit 2 rangées parallèles on change le signe du déterminant.

Mineur.

Le mineur A_p^q de a_p^q est le quotient par a_p^q de la somme des termes contenant a_p^q .
 On obtient le mineur de a_p^q en supprimant la ligne et la colonne du déterminant déterminant sur a_p^q .

$$a_p^q A_p^q + A_p^p a_p^p + \dots + a_p^n A_p^n = 0 \text{ si } p \neq q.$$

Théorèmes.

- Cf ex n°: 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17.
- Si tous les éléments d'une m rangée possèdent le m facteur λ , on peut mettre λ en facteur dans le déterminant.
- Si chaque élément d'une colonne d'un det. est la somme de p éléments, le det. se compose de p det. obtenus en réduisant successivement la colonne à chacun des p termes.
- On ne modifie pas la valeur d'un det. si l'on laisse toutes les lignes intactes sauf la p :

on remplace les éléments de la p par les sommes par colonnes du produit des éléments de cette colonne par les facteurs multiplicateurs des lignes.

Systèmes d'équations linéaires

Méthode.

Elle consiste à former une combinaison linéaire des équations données de manière à aboutir à des équations ne contenant plus qu'une inconnue.

Système de Cramer.

C'est un système de n eq. à n inconnues dans lequel le det. des coeff. des inconnues est $\neq 0$.

Théorème.

Etant donné un système de n eq. à n inconnues, de lequel le det. D des coeff. des inconnues est $\neq 0$ (Cramer) ce système admet une solution et une seule.

$$x = \frac{D_1}{D} \quad y = \frac{D_2}{D} \quad z = \frac{D_3}{D} \dots$$

en désignant par D_i le det. déduit de D en y remplaçant les éléments de la i -ème colonne par les éléments du 2nd membre.

Cas Général.

Définition: on appelle det. principal un mineur non nul extrait de T et d'ordre le plus élevé possible. On appelle inconnues et eq. principales celles dont les coeff. figurent dans le det. principal.

Théorème de Rouche.

Etant donné un système de p eq. à n inconnues, on forme le tableau des coeff. des inconnues et on extrait le det. principal.

① Si l'ordre r du det. principal est égal au nombre p des eq. le syst. est r fois