

Calcul

Numéro d'inventaire : 2015.8.4365

Auteur(s) : Paule Antoine

Type de document : travail d'élève

Période de création : 1er quart 20e siècle

Date de création : 1923 (entre) / 1924 (et)

Matériau(x) et technique(s) : papier ligné, papier cartonné

Description : Cahier cousu, couverture rose pâle, impression en noir, 1ère de couverture : en haut à droite nom de l'élève manuscrit à l'encre noire, en-dessous "École normale d'institutrices", dessous une illustration représentant une mappemonde, une longue vue, une lyre encadrées de branches de lauriers, en bas le nom de la ville. Réglure petits carreaux 0.5cm, encre noire, encre rouge crayon papier et crayon bleu.

Mesures : hauteur : 22 cm ; largeur : 17 cm

Notes : Cahier utilisé à l'envers. Exercices d'algèbre notés par l'enseignant.e avec corrections.

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : École normale d'instituteur et d'institutrice

Autres descriptions : Nombre de pages : non paginé.

Commentaire pagination : 67 p. manuscrites sur 68 p.

Langue : Français

couv. ill.

Lieux : Lons-le-Saunier

Paul Antoine

Calcul

1. La somme des valeurs nominales de 2 billets est de 36400^{fr}. Le 2^e billet est payable dans 30 jours, si l'on l'escompte en dehors au taux de 5% sa valeur actuelle est $\frac{1}{3}$ de la valeur nominale du 1^{er} billet. Trouvez les valeurs nominales des 2 billets.

2. Simplifiez les expressions

$$\frac{1}{(a-1)^2} + \frac{1}{(a+1)^2} - \frac{1}{a^2-1}$$

$$\frac{a-b}{a^2-2ab+b^2} + \frac{a+b}{a^2-b^2} - 1$$

diviser $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$ par $\frac{a^2-b^2}{a+b}$

Réponses.

1. Soit l'expression :

$$\frac{1}{(a-1)^2} + \frac{1}{(a+1)^2} - \frac{1}{a^2-1}$$

Considérons le terme $\frac{1}{a^2-1}$

$a^2-1 = (a+1)(a-1)$ car théorème : le produit de la somme

de 2 nbs par leur différence est égal à la différence de leur carré.

on peut donc remplacer $\frac{1}{a^2-1}$ par $\frac{1}{(a+1)(a-1)}$

Réduisons les 3 termes de l'expression au même dénominateur : $(a-1)^2/(a+1)^2$ nous aurons.

$$\frac{(a+1)^2}{(a-1)^2(a+1)^2} + \frac{(a-1)^2}{(a+1)^2(a-1)^2} - \frac{(a+1)(a-1)}{(a+1)^2(a-1)^2}$$

Effectuons les opérations indiquées nous aurons

$$\frac{(a+1)^2 + (a-1)^2 - (a+1)(a-1)}{(a-1)^2(a+1)^2}$$

Réduisons le numérateur d'abord.

$(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$ Théorème : le carré de la somme de 2 nbs est égal au carré du 1^{er} plus le double produit du 1^{er} par le 2^e plus le carré du 2^e

$(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1$ Théorème : le carré de la diff. de 2 nbs est égal au carré du 1^{er} moins le double produit du 1^{er} par le 2^e plus le carré du 2^e

Nous aurons donc :

$$(a+1)^2 + (a-1)^2 - (a+1)(a-1) =$$

$$a^2 + 2a + 1 + a^2 - 2a + 1 - a^2 + 1 = a^2 + 3$$

Réduisons les termes semblables il vient

$$(a+1)^2(a-1)^2 = (a^2+2a+1)(a^2-2a+1)$$

$$= a^4 + 2a^3 + a^2 - 2a^3 - 4a^2 - 2a + a^2 + 2a + 1 = a^4 - 3a^2 + 1$$

L'expression simplifiée est donc

$$\frac{a^2+3}{a^4-3a^2+1} = \frac{a^2+3}{(a^2-1)^2}$$

Soit l'expression :

$$\frac{a-b}{a^2-2ab+b^2} + \frac{a+b}{a^2-b^2} - 1$$

D'après les théorèmes sur le carré de la différence et le produit de la somme de 2 nbs par leur différence

nous pouvons écrire l'expression sous la forme

$$\frac{a-b}{(a-b)^2} + \frac{a+b}{(a+b)(a-b)} - 1$$

Où en simplifiant :

$$\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b} - 1$$

$$\text{Effectuons : } \frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b} - 1 \text{ ou en remplaçant } 1 \text{ par } \frac{a-b}{a-b}$$

Soit l'expression :

$$\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2} + \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{(a-b)(a+b)}{a^2-b^2} = \frac{a^2-2ab+b^2+a^2+b^2-a^2-b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2} = 1$$

$$\frac{a^2-b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2} \text{ ou en simplifiant par } (a+b) \text{ et } (a-b)$$

$$\text{On a donc : } \frac{a-b}{a+b} = \frac{a-b}{(a+b)(a-b)} = \frac{1}{a+b}$$

Problème

L'exemple du 2^e billet en 40% à 5% en est le :

$$\frac{5}{100} \times \frac{40}{360} = \frac{1}{180} \text{ de sa valeur nominale}$$

La valeur actuelle est donc les $\frac{179}{180}$ de sa valeur nominale. Elle vaut le $\frac{1}{3}$ de la valeur nominale du 1^{er} billet. La valeur nominale vaut donc les $\frac{1 \times 180}{3 \times 179} = \frac{60}{179}$ de la valeur nominale du 1^{er} billet.

Ensemble ils valent les : $\frac{239}{179}$ de la valeur nominale du 1^{er} ou 36400^f

Valeur nominale du 1^{er} billet :

$$36400^f \times \frac{179}{239} = 27261^f,92$$

Valeur nominale du 2^e billet :

$$36400^f - 27261^f,92 = 9138^f,08$$

$$\text{Réponse : } 27261^f,92 \quad 9138^f,08$$

Un négociant doit le 15 Avril 1^{er} 500^f payables le 1^{er} Mai

et 480^f payables le 1^{er} Juin et 600^f payables le 1^{er} Août

Il voudrait à leur place un billet unique de 1480^f. Quelle

échéance conviendrait-il d'attribuer à ce billet

Sur le côté Ox d'un angle xOx' on porte deux longueurs

OA et OB et sur le côté Ox' on porte deux longueurs

OA' et OB' respectivement égales aux premières. On trace les droites

AB' et A'B qui se coupent en I

Démontrer que le point I appartient à la bissectrice

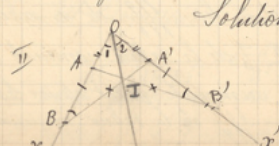
de l'angle donné.

Solution

Soit l'angle xOx'.

D'après l'hypothèse on a :

$$OA = OA'$$



$$\overline{OB} = \overline{OB'}, \overline{BA} = \overline{B'A'} \text{ comme différences de segments égaux}$$

Considérons les triangles OB'A et OBA'

Ils sont égaux car :

$$\frac{OA'}{OB'} = \frac{OA}{OB}$$

Et : triangles OB'A et OBA' ont un angle égal compris entre deux côtés égaux chacun à chacun.

Donc triangles OB'A et OBA' sont égaux. Tous leurs éléments sont égaux. En particulier : $\hat{B} = \hat{B}'$

Considérons maintenant les triangles OBI et OBI'

Ils sont égaux car :

$$\overline{OB} = \overline{OB'}$$

$$\hat{B} = \hat{B}'$$

et $\overline{OI}$ est commun (ou par égalité qu'il faut)

S'ils sont égaux tous leurs éléments sont égaux. en parti-

culier $\hat{O} = \hat{O}$

Donc OI est la bissectrice de l'angle $\hat{O}$ et I appartient

à cette bissectrice. C.Q.F.D.

Le problème est un problème d'échéance commun

avec la valeur nominale du billet unique et la somme des valeurs

La formule pour trouver l'échéance du billet unique

$$\text{est : } \frac{C + C' + C''}{C + C' + C''} \dots$$