Agrégation des Sciences Mathématiques. Concours de 1919 : mathématiques spéciales

Numéro d'inventaire : 2016.90.37
Type de document : texte ou document administratif
Éditeur : Ministère de l'Instruction publique
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1919
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.
Mesures : hauteur : 31,7 cm ; largeur : 21 cm
Notes : Sujet d'agrégation de mathématiques de 1919.
Mots-clés : Examens et concours : publicité et sujets
Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 2 p.

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

CONCOURS DE 1919.

MATHÉMATIQUES SPÉCIALES.

I. Sur la surface conoïde (C) ayant pour équation en coordonnées rectangulaires : $z = a\dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ $(a > o)$ on considère la courbe (A) dont la projection sur le plan oxy a pour équation polaire : $\rho^2 = b^2 \sin 2\theta$, o étant le pôle et ox l'axe polaire.

Vérifier que le plan tangent à la surface (C) en un point quelconque de la courbe (A) est osculateur à (A).

Exprimer les coordonnées d'un point de (A) en fonction rationnelle d'un paramètre.

Par la courbe (A) on peut faire passer un hyperboloïde (H) dont l'équation est de la forme : $Axy + Bz^2 + C = o$. Chaque génératrice de (H) rencontre (A) en un point ou trois points.

On considère une génératrice de (H) rencontrant (A) en trois points M_1, M_2, M_3. Trouver le lieu du centre des moyennes distances de $M_1\,M_2\,M_3$ lorsque la génératrice varie.

II. Former l'équation tangentielle de la surface (C)

Montrer que (C) est sa propre polaire réciproque par rapport à une infinité de quadriques (Q) ayant pour équation :

$$\lambda x^2 + \mu y^2 + z^2 + \frac{2a^2}{\nu} z + a^2 = o$$

(λ, μ, ν) désignant les coordonnées d'un point arbitraire de (C).

Trouver l'enveloppe des quadriques (Q). Elle comprend un conoïde (C′) qui est polaire réciproque de (C) par rapport à l'hyperboloïde (H) de la première partie.

III. Tout plan P passant par une génératrice rectiligne G de (C) coupe en outre la surface suivant une ellipse E dont la projection sur le plan des xy est un cercle passant pas l'origine o des coordonnées. Réciproquement tout cercle $x^2 + y^2 - 2\alpha x - 2\beta y = o$ du plan des xy est projection d'une ellipse tracée sur (C)

Montrer que toutes les ellipses E ont la même distance focale.

T. S. V. P.

On considère sur (C) les ellipses E dont le petit axe a une longueur donnée $2R$. Leurs plans P enveloppent une surface développable (Δ). Construire la trace de Δ sur le plan des xy.

Trouver l'arête de rebroussement (Γ) de (Δ) et construire sa projection sur oxy. Comment se développe (Γ) quand on développe sur un plan le cylindre projetant (Γ) sur le plan des xy.

Par (Γ) on peut faire passer une quadrique de révolution autour de oz.

Trouver le lieu de (Γ) quand R varie.

IV. Comment se coupent les deux surfaces (C) et (Δ)?