

Algèbre

Numéro d'inventaire : 2015.8.4332

Auteur(s) : Francis Pellequer

Type de document : travail d'élève

Imprimeur : H. Adam

Période de création : 2e quart 20e siècle

Date de création : 1927 (vers)

Inscriptions :

- lieu d'impression inscrit : Poitiers

Matériau(x) et technique(s) : papier ligné

Description : Cahier; couverture souple de couleur orangée; portant l'inscription "Ecole supérieure et professionnelle de garçons, Montpellier". Une bande noire sur la reliure porte une étiquette. Le cahier est manuscrit à l'encre bleue avec des annotations au crayon à papier en marge.

Mesures : hauteur : 22,04 cm ; largeur : 17,02 cm

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : École primaire supérieure

Niveau : 4ème

Lieu(x) de création : Poitiers

Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : nombre de pages manuscrites 45 nombre de pages total 51

Lieux : Montpellier

Algèbre

Effectuer:

$$1^{\circ}) (a-b)(a+b-2c) + (b-c)(b+c-2a) + (c-a)(c+a-2b) = \\ a^2 + ab - 2ac + 2bc - ab - b^2 + b^2 + cb - 2ab - cb - c^2 + 2ac + c^2 + ac - 2bc \\ - ac - a^2 + 2ab = 0. \text{ Ce résultat était à prévoir par suite de la symétrie.}$$

$$2^{\circ}) (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = x^4 + 4x^3 + x^3 + 3x^3 + 2x^3 + 12x^2 + 6x^2 + \\ 2x^2 + 4x^2 + 8x^2 + 3x^2 + 24x + 6x + 12x + 8x + 24 = x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24.$$

$$3^{\circ}) (x+a)(x-a)(x^2-ax+a^2)(x^2+ax+a^2) = (x^3-a^3)(x^3+a^3) = x^6 - a^6.$$

$$4^{\circ}) \frac{1}{x(x-y)(x-z)} + \frac{1}{y(y-x)(y-z)} + \frac{1}{z(z-x)(z-y)} = \\ \frac{yz(z-y) + xz(x-z) + xy(y-x)}{xyz(x-y)(y-z)(z-x)} = \frac{yz^2 - y^2z + x^2z - xz^2 + xy^2 - x^2y}{xyz(x-y)(y-z)(z-x)} = \\ \frac{yz^2 + x^2 - xz - y^2}{xyz(x-y)(y-z)} = \frac{1}{xyz}$$

11 Octobre - Identification des polynômes.

$$1^{\circ}) \text{ Déterminer } a, b, c, d \text{ pour que le polynôme} \\ 7x^4 - 2x^2 + 3(a+b)x + 2x^3 + 12d - cx^2 + x^3(ax+c+d) \text{ soit identiquement nul} \\ x^4(7+a) + x^3(2+c+d) + x^2(-2-c) + x(3a+3b) + 12d \equiv 0. \\ a = -7 \quad d = 0 \quad c = -2 \quad b = 7.$$

$$2^{\circ}) \text{ Calculer par log la valeur} \\ x = \sqrt[3]{(29,89)^2} \times \sqrt[2]{(17,53)^3}.$$

$$\log x = \frac{1}{3} \log(29.85)^3 + \frac{1}{3} \log(17.53)^3$$

$$\log 29.85 = 1.47434 \quad - \frac{2}{3} \log 29.85 = 0.98329$$

$$\log 17.53 = 1.24378 \quad - \frac{2}{3} \log 17.53 = 1.86567$$

$$x = 706,3 \quad \log x = 2.84896$$

14 octobre 19) Déterminer abc de telle façon que l'on ait.

$$\frac{7x^2 - 6x + 1}{(x-3)(x^2 - 3x + 2)} = \frac{a}{x-3} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x-1}$$

On peut remplacer également a par des valeurs quelconques (par 3, 2, 1) pour que le polynôme soit identiquement nul. Il faut et il suffit que les coefficients de x se valent nulle.

On multiplie les deux membres par $x^2 - 3x + 2$ on a $\frac{7x^2 - 6x + 1}{(x-3)(x^2 - 3x + 2)} \cdot (x^2 - 3x + 2) = \frac{a}{x-3} \cdot (x^2 - 3x + 2) + \frac{b}{x-2} \cdot (x^2 - 3x + 2) + \frac{c}{x-1} \cdot (x^2 - 3x + 2)$ on remplace x par 3 et on a $\frac{7(9) - 6(3) + 1}{(3-2)(9-9+2)} = \frac{a}{3-3} + \frac{b}{3-2} + \frac{c}{3-1}$ on remplace x par 2 et on a $\frac{7(4) - 6(2) + 1}{(2-3)(4-6+2)} = \frac{a}{2-3} + \frac{b}{2-2} + \frac{c}{2-1}$ on remplace x par 1 et on a $\frac{7(1) - 6(1) + 1}{(1-3)(1-3+2)} = \frac{a}{1-3} + \frac{b}{1-2} + \frac{c}{1-1}$ donc $7x^2 - 6x + 1 = a(x-2)(x-1) + b(x-3)(x-1) + c(x-3)(x-2)$

$$7x^2 - 6x + 1 = a(x-2)(x-1) + b(x-3)(x-1) + c(x-3)(x-2)$$

$$7x^2 - 6x + 1 = a(x^2 - 3x + 2) + b(x^2 - 4x + 3) + c(x^2 - 5x + 6)$$

$$7x^2 - 6x + 1 = (a+b+c)x^2 - (3a+4b+5c)x + (2a+3b+6c)$$

$$\begin{cases} a+b+c = 7 \\ 3a+4b+5c = 6 \\ 2a+3b+6c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c = 7 \\ -b-4c = 13 \\ b+2c = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{13}{2} \\ a = \frac{15}{2} \end{cases}$$

2) Résoudre

$$\begin{cases} x+y+z=0 & (1) \\ ax+by+cz=0 & (2) \\ bx+ay+az=1 & (3) \end{cases}$$

Multiplication (1) par a et retranchons (2) de (1)

$$y(a-b) + z(a-c) = 0 \quad (4)$$

Multiplication (1) par b et retranchons (3) de (1)

$$y(b-c) + z(b-a) = -1 \quad (5)$$

En multipliant (4) par c et en retranchant (5) de (4)

on a $z = \frac{1}{(c-b)(a-c)}$ par symétrie on doit avoir

$$x = \frac{1}{(a-b)(a-c)} \quad \text{et} \quad y = \frac{1}{(b-a)(b-c)}$$

18 octobre Division des polynômes.

1) Déterminer p et q de telle façon que le polynôme

$$x^5 - 7x^4 + 15x^3 + px + q \text{ soit divisible par } x^3 - 2x + 1$$

$$(x^3 - 2x + 1)(x^2 - 3x + 1) = x^5 - 7x^4 + 15x^3 + px + q$$

$$\begin{array}{r} x^5 - 7x^4 + 15x^3 + px + q \\ - (x^5 - 7x^4 + 15x^3 - 6x^2 + 7x - 1) \\ \hline 6x^2 - 6x + 1 + q \end{array}$$

Il faut donc que $p+1=0$ et $q-2=0$ ce qui donne $p=-1$ et $q=2$

2) Diviser $x^4 + (4a^2 - 3(a+b))x^3 - 12a^2(a+b)x^2 + (4a^2 + 3(a+b))x + c^2$ par $x^2 + 4a^2x + c^2$

$$\begin{array}{r} x^4 + (4a^2 - 3(a+b))x^3 - 12a^2(a+b)x^2 + (4a^2 + 3(a+b))x + c^2 \\ - (x^4 + 4a^2x^3 + c^2x^2) \\ \hline -3(a+b)x^3 - 12a^2(a+b)x^2 + (4a^2 + 3(a+b))x + c^2 \\ + 3(a+b)x^3 + 12a^2(a+b)x^2 - 3c^2(a+b)x \\ \hline -c^2x^2 + 4a^2c^2x + c^4 \\ + c^2x^2 - 4a^2c^2x + c^4 \\ \hline 2c^4 \end{array}$$

la division donne pour quotient $x^2 - 3(a+b)x + c^2$

3) Résoudre le système $\begin{cases} x+y+z=0 & (1) \\ (a+b)x + (b+c)y + (c+a)z=0 & (2) \\ ax + by + cz=0 & (3) \end{cases}$

Multiplication (1) par ab et retranchons (3) de (1)

$$y(b^2 - a^2) + z(b^2 - a^2) = 0 \quad (4)$$

Multiplication (1) par (a+b) et retranchons (2) de (1)

$$y(c-a) + z(c-b) = 0 \quad (5)$$

21 octobre Division par $x-a$.

1) Trouver sans faire la division le quotient et le reste de $7x^4 - 3x^3 - 2x^2 - x + 6$ par $x+3$.

Le reste de la division par $x+3$ se trouvera en remplaçant x par -3 .

$$7x^4 + 3x^3 - 18 + 3 + 6 = 639$$

Le quotient donné par les règles de la division.

$$7x^4 + (-3 + 7x - 3)x^3 + (-2 + 24x - 3)x^2 + (-1 + 21x - 3)x + (-3 + 21x - 3)$$

$$7x^4 - 24x^3 + 70x^2 - 24x - 24$$

2) Résoudre l'équation $(m+n)^2 x^2 - (m-n)(m^2+n^2)x - 2mn(m^2+n^2)$

3) fait d'abord calculer le discriminant.

Cherchons les racines de cette équation

$$\frac{(m-n)(m^2+n^2) \pm \sqrt{(m-n)^2(m^2+n^2)^2 + 8mn(m^2+n^2)(m+n)^2}}{2(m+n)^2}$$

Cette équation est divisible par $m+n$ car le reste est nul. Le quotient est $(m-n)x^2$

$$\frac{(m-n)(m^2+n^2) \pm \sqrt{(m-n)^2(m^2+n^2)^2 + 8mn(m^2+n^2)(m+n)^2}}{2(m+n)^2} = \frac{(m-n)(m^2+n^2) \pm \sqrt{(m-n)^2(m^2+n^2)^2 + 8mn(m^2+n^2)(m+n)^2}}{2(m+n)^2}$$

Cette équation est linéaire.

$$\Delta > 0 \quad m \neq n \quad a(m^2(1+n^2) + mn(m-n) + n^2(m^2+1)) > 0$$

22 octobre. Décomposition des polynômes en facteurs.

1^{re} méthode: méthode des diviseurs binômes

$$x^2 - 7x + 10 = (x-2)(x-5)$$

$$3x^2 - 14x^2 - 12x^2 = x^2(4x^2 - 14x - 12) = x^2(x+1)(4x-12)$$

2^{de} méthode: méthode des identités

$$4a^2b^2 - (a^2+b^2-c^2)^2 = (2ab+a^2+b^2-c^2)(2ab-a^2-b^2+c^2) = (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)$$

1) Un polynôme divisé par $x-3$ donne comme reste 7, divisé par $2x+5$, il donne comme reste -6 , divisé par $3x-2$ il donne comme reste 2. Trouver le reste de la division par le produit $(x-3)(2x+5)(3x-2)$ sachant que le reste de la division par $x+1$ est 1.

Le diviseur étant du quatrième degré, le quotient sera au plus du 3^e degré et se représentera par $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$.

$$P(x) = (x-3)(2x+5)(3x-2)(x+1)4x + R$$