Agrégation des Sciences Mathématiques. Session de 1921 : problème de calcul différentiel et intégral

Numéro d'inventaire : 2016.90.43
Type de document : texte ou document administratif
Éditeur : Ministère de l'Instruction publique
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1921
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.
Mesures : hauteur : 31,7 cm ; largeur : 21 cm
Notes : Sujet d'agrégation de mathématiques de 1921.
Mots-clés : Examens et concours : publicité et sujets
Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 2 p.

MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SESSION DE 1921.

PROBLÈME
DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

PREMIÈRE PARTIE.

Soit Σ la surface enveloppe du plan P dont l'équation, en coordonnées rectangulaires, est

$$S\lambda X = q \qquad (1)$$

où $S\lambda X$ désigne en abrégé la somme $\lambda X + \mu Y + \nu Z$ et où q est une fonction homogène en λ, μ, ν, dont le degré d'homogénéité est égal à 1 ; soient M le point de contact de P avec Σ, x, y, z ses coordonnées.

1° Écrire les équations de la normale en M à Σ.

2° Déterminer les formes les plus générales de la fonction $q(\lambda, \mu, \nu)$ pour lesquelles la surface Σ est, respectivement, une sphère, une surface de révolution d'axe oz, une surface de révolution quelconque.

3° On représente par d l'indice de différentiation relatif à la variation sur un certain arc de courbe Γ tracé sur Σ par M. Connaissant les valeurs de λ, μ, ν, $d\lambda$, $d\mu$, $d\nu$ en M, sur Γ, déterminer la tangente en M à Σ, conjuguée de Γ, c'est-à-dire la limite de l'intersection du plan P tangent à Σ en M avec le plan tangent à Σ en un point de Γ voisin de M.

4° Déterminer l'équation différentielle des lignes asymptotiques de Σ. Montrer que cette équation peut se mettre sous forme symétrique en λ, μ, ν et aussi en $d\lambda$, $d\mu$, $d\nu$.

5° Déterminer l'équation différentielle des lignes de courbure de Σ. Indiquer comment on trouverait le rayon de courbure correspondant à une ligne de courbure déterminée.

6° Si les plans tangents à Σ diffèrent assez peu de ceux d'une sphère donnée U de rayon r, la surface Σ est convexe en chaque point. [L'hypothèse sera entendue en ce sens qu'à tout plan P' tangent à la sphère U correspond un plan P parallèle à P', tangent à Σ et situé à une distance $\varepsilon p(\lambda, \mu, \nu)$ de P', p étant une fonction homogène déterminée, de degré d'homogénéité égal à 1, et ε étant une constante suffisamment petite.]

T. S. V. P.

DEUXIÈME PARTIE.

Calculer l'intégrale

$$I = \int_0^{\pi} \frac{\sin^2 x\,dx}{(1 - 2\alpha\cos x + \alpha^2)\,(1 - 2\beta\cos x + \beta^2)}$$

où α et β sont des constantes réelles.

Si le calcul de I est effectué par plusieurs méthodes essentiellement distinctes, il sera tenu compte de chacune d'elles pourvu que l'application en soit chaque fois complètement développée.