Épreuve de mathématiques

Numéro d'inventaire : 2016.90.18
Type de document : travail d'élève
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1905
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple. MS encre noire et crayon bleu.
Mesures : hauteur : 34 cm ; largeur : 21,7 cm
Notes : Épreuve pratique reprise de juillet 1905 et étudiée en octobre 1905, écrite sur une copie de la Faculté des Sciences de l'Université de Paris.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Université
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 2 p.
ill.

Épreuve pratique (2h) (Octobre 1905)

1° Intégrer l'équation différentielle :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \sqrt{\frac{y^2}{x^2} - 1}$$

Étudier les courbes intégrales.

2° Calculer les intégrales :

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+5} \qquad \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(2-x)}} = \pi \qquad \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2^x \sin x \, dx \qquad \int_0^1 \frac{dx}{2+\sqrt{1-x^2}}$$

à 0,01 près. — Indiquer sur la copie le détail des calculs.

juillet 1905
épreuve pratique

$$\int_0^1 \frac{dx}{2+\sqrt{1-x^2}} \quad x = \sin t \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos t \, dt}{2+\cos t} \quad \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$$

1° Calculer à 0,01 près $\int_0^{\pi} \frac{dx}{5+4\cos x}$

2° Un point m dont la masse est 2 grammes est soumis à l'action de son poids p et d'une force dirigée vers un centre fixe O ayant une intensité constante égale à celle du poids.

α) Montrer que la résultante des deux forces dérive d'une fonction de forces V qu'on supposera nulle au point O.

β) Déterminer et représenter les surfaces de niveau.

(γ). — Calculer dans le système C.G.S. le travail total effectué par la résultante des deux forces quand le point m passe de la position A située à 1 mètre au dessus de O sur la verticale de ce point au point B situé à 50 centimètres de O sur une horizontale issue de ce point.

(δ). Le mobile m est lancé du point A dans une direction quelconque avec une vitesse initiale de 4 centimètres à la seconde et soumis à l'action des deux forces. Appliquer au mouvement le th. des forces vives et calculer la vitesse du point dans une quelconque de ses positions. On ne cherchera pas la trajectoire du point.

Nota. — On appellera r la distance du mobile au point O et z sa hauteur au dessus du plan horizontal passant par O. On prendra $g = 9.8$

FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS