

Cours et exercices de trigonométrie

Numéro d'inventaire : 2015.8.4759

Auteur(s) : Bernard Besster

Type de document : travail d'élève

Période de création : 3e quart 20e siècle

Date de création : 1956 (entre) / 1957 (et)

Matériau(x) et technique(s) : papier ligné, papier cartonné

Description : Cahier cousu, couverture bleue, dos plastifié noir, impression en noir, 1ère de couverture avec en haut à gauche manuscrit au crayon bleue "Trigo 1 TI", en dessous, imprimé en noir "Ecole Nationale professionnelle", puis "Nancy", un dessin à la main et encre noir d'un angle et d'une équation. Réglure seyes, encre bleue, rouge, noire.

Mesures : hauteur : 22 cm ; largeur : 17 cm

Notes : Cahier de cours et d'exercices de trigonométrie de 1ère technique et industrielle: révision arcs et angles, fonctions circulaires, arcs associés, formules d'addition, multiplication des angles des arcs, formules de transformation, somme de 2 fonctions sinusoïdales, représentation vectorielle, équations trigonométriques.

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : Enseignement technique et professionnel

Niveau : 1ère

Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé.

Commentaire pagination : 38 p. manuscrites sur 70 p.

Langue : français.

BESSTER. Bernard.

ANNEE 1956-1957

171

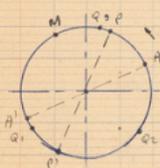
COURS et EXERCICES
de
TRIGONOMETRIE

Professeur: M. LAURENT

Exercice: Soit x le valeur d'un arc d'origine A et d'extrémité M

- 1) Quelle est le valeur d'un arc \widehat{AM} quelconque?
- 2) Quelle est le valeur d'un arc $\widehat{AP} = \frac{\widehat{AM}}{2}$, place le point P correspondant sur le cercle trigonométrique.
- 3) Quelle est le valeur d'un arc $\widehat{AQ} = \frac{\widehat{AM}}{n}$ ($n = \text{entier naturel}$)? Place sur le cercle trigonométrique, les points Q correspondants (pour $n=6$).

Solution:



- 1) Le valeur de l'arc \widehat{AM} quelconque est égale à $x = (x + 2k\pi)$.
- 2) L'arc $\widehat{AP} = \frac{\widehat{AM}}{2}$ se situe au point A et son extrémité en P qui est le milieu de \widehat{AM} . $\widehat{AM} = x + 2k\pi$ on a un point P' diamétralement opposé à P . Supposons $k=1$

$AM = x + 2\pi$, et $AP = \frac{x + 2\pi}{2}$
 $\frac{x}{2} = PA = P'A'$ $\frac{2\pi}{2} = \text{demi-cercle } AA'$
 $AA' = 2\pi$ $AA' = AP$

donc P' est l'opposé de P par rapport à O .

3) $\widehat{AQ} = \frac{\widehat{AM}}{n}$ $AQ = \frac{x + 2\pi}{n}$ si $k=1$.

si $n=10$ $\widehat{AQ} = \frac{x + 2\pi}{10}$
 valeur de $\widehat{AQ} = \frac{x + 2\pi}{10}$

si $n=3$ $n k=0$

si $k=1$ on a $\frac{x}{3} + \frac{2\pi}{3} = \widehat{AQ}_1$

si $k=2$ on a $\frac{x}{3} + \frac{4\pi}{3} = \widehat{AQ}_2$

si $k=3$ on a $\frac{x}{3} + \frac{6\pi}{3} = \widehat{AQ}_3$

Fonctions Circulaires -

1) Cercle Trigonométrique: cercle unité ayant pour rayon l'unité



2) Définition de fonction circulaire d'un arc (sinus)

$\cos x = \overline{OP}$
 $\sin x = \overline{OQ}$
 $\text{tg } x = \overline{AT}$ $\text{ctg } x = \overline{BU}$

3) Variation de fonction circulaire:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1
$\sin x$	0	1	0	-1	0
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\text{tg } x$	0	$+\infty$	$-\infty$	0	$+\infty$
$\text{ctg } x$	$+\infty$	0	$-\infty$	0	$+\infty$

4) Variations entre les fonctions circulaires d'un même arc

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
 $\frac{\text{AT}}{\text{OT}} = \frac{\text{OQ}}{\text{OP}} \rightarrow \frac{\text{tg } x}{\sin x} = \frac{1}{\cos x}$ $\text{tg } x = \frac{\sin x}{\cos x}$ $\text{ctg } x = \frac{\cos x}{\sin x}$

$\text{tg}^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$

$1 + \text{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

5) Calcul des fonctions circulaires d'un arc connaissant l'une d'elle

1) $\sin x = a$
 $\cos^2 x = 1 - a^2$ $\cos x = \pm \sqrt{1 - a^2}$
 $\text{tg } x = \pm \frac{a}{\sqrt{1 - a^2}}$

2) $\cos x = b$ (calcul inverse)

3) $\text{tg } x = k$
 $\cos^2 x = \frac{1}{1 + k^2}$ $\cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + k^2}}$

$\sin x = \text{tg } x \times \cos x \rightarrow \sin x = \pm \frac{k}{\sqrt{1 + k^2}}$

Voir le cours de 2^{ème} T1.

Fonctions circulaires d'arcs remarquables.

Exercice:

Démontrez les relations suivantes:

1) $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$

2) $(\sin x + \cos x)^2 - (\sin x - \cos x)^2 = 4 \sin x \times \cos x$

3) Calculez:

$\sin x$ et $\cos x$ connaissant $\text{tg } x = 2$, et sachant que l'extrémité de l'arc se situe dans le 1^{er} quadrant

4) Calculez $\cos x$ et $\text{tg } x$ connaissant $\sin x = \frac{1}{4}$ et que l'extrémité de l'arc se situe dans le 3^{ème} quadrant.

28-11-17

1) 2) $(\sin x + \cos x)^2 - (\sin x - \cos x)^2 = 4 \sin x \times \cos x$

on effectue les produits remarquables:

$(\sin^2 x + 2 \sin x \times \cos x + \cos^2 x) - (\sin^2 x - 2 \sin x \times \cos x + \cos^2 x) = 4 \sin x \times \cos x$

On ouvre les parenthèses:

$\sin^2 x + 2(\sin x \times \cos x) + \cos^2 x - \sin^2 x + 2(\sin x \times \cos x) - \cos^2 x = 4 \sin x \times \cos x$

On réduit les termes semblables:

$2(\sin x \times \cos x) + 2(\sin x \times \cos x) = 4(\sin x \times \cos x)$

1) $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$

on a: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

développons: $\sin^2 x + \cos^2 x + 2(\cos x \times \sin x) + \sin^2 x + \cos^2 x - 2(\sin x \times \cos x) = 2$

$(\sin^2 x + \cos^2 x) + (\sin^2 x + \cos^2 x) = 2$

II) Calcul de $\sin x$ et $\cos x$ si $\text{tg } x = 2$ (x dans 1^{er} quadrant).

$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \text{tg}^2 x}$ $\cos^2 x = \frac{1}{1 + 4}$ $\cos x = \frac{1}{5}$ $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{5}$