

Algèbre. Tome IX

Numéro d'inventaire : 2016.90.73

Type de document : travail d'élève

Période de création : 1er quart 20e siècle

Date de création : 1909 (entre) / 1910 (et)

Matériau(x) et technique(s) : papier

Description : Cahier cousu avec couverture en papier rose portant le tampon du lycée Janson de Sailly et les titres des leçons étudiées. Réglure double ligne 8 mm sans marge. MS encre noire et crayon bleu.

Mesures : hauteur : 22,4 cm ; largeur : 17,5 cm

Notes : Cours du lycée Janson de Sailly. Date estimée d'après le tome 1 Cahier de mathématiques (2016.90.49) et le tome 5 Cahier de mathématiques (2016.90.53).

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : Supérieure

Autres descriptions : Langue : français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 79 p.

ill.

Lieux : Paris

Série de Taylor et de Mac Laurin

La formule de Taylor a été démontrée

$$f(a+x) = f(a) + \frac{x}{1} f'(a) + \frac{x^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(a) + R_n$$

à condition de poser

$$R_n = \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(a+\theta x) \quad 0 < \theta < 1.$$

Pour une fonction donnée $f(x)$ si on peut démontrer que pour x compris entre $-a$ et $+a$, R_n tend vers 0 quand n croît indéfiniment, alors on est sûr que la série

$$f(a), \frac{x}{1} f'(a), \frac{x^2}{2!} f''(a), \dots, \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(a), \dots$$

est convergente et que sa somme est égale à $f(a+x)$

En effet soit S_n la somme des n premiers termes de cette série

$$S_n = f(a+x) - R_n$$

quand n croît indéfiniment. S_n tend vers une limite qui est égale à $f(a+x)$

de sorte qu'on peut écrire

$$f(a+x) = f(a) + \frac{x}{1} f'(a) + \frac{x^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(a) + \dots$$

c'est ce qu'on appelle la série de Taylor

nous allons démontrer la formule de Mac Laurin

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(0) + R_n'$$

$$R_n' = \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\theta x) \quad 0 < \theta < 1.$$