Agrégation des Sciences Mathématiques. Session spéciale de juillet 1920 : mathématiques spéciales

Numéro d'inventaire : 2016.90.42
Type de document : texte ou document administratif
Éditeur : Ministère de l'Instruction publique
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1920
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple bleue. Texte imprimé à l'encre noire.
Mesures : hauteur : 30,2 cm ; largeur : 22,9 cm
Notes : Sujet d'agrégation de mathématiques de 1920.
Mots-clés : Examens et concours : publicité et sujets
Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 2 p.

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SESSION SPÉCIALE DE JUILLET 1920.

MATHÉMATIQUES SPÉCIALES.

I. On considère les deux droites Δ, Δ' qui, rapportées à 3 axes rectangulaires, ont pour équations :

$$\Delta \begin{cases} x-d=0 \\ y-z\,\mathrm{tg}\theta=0 \end{cases} \qquad \Delta' \begin{cases} x+d=0 \\ y+z\,\mathrm{tg}\theta=0 \end{cases}$$

Former l'équation de la surface (P) lieu des points M de l'espace équidistants de Δ et Δ'. Montrer que le plan tangent à (P) au point M est perpendiculaire en son milieu I au segment NN' qui joint les projections NN' du point M sur Δ et Δ'.

Quelles lignes doit décrire M sur (P) 1° pour que l'un des points NN' reste fixe; 2° pour que $NN' = \text{const.}$; 3° pour que la droite NN' reste parallèle à un plan fixe ?

II. Exprimer, en fonction des coordonnées $(\alpha\beta\gamma)$ du point M, celles du milieu I de NN'. Que décrivent le point I et la droite NN' lorsque M décrit une droite tracée sur (P) ? Montrer que si AA' sont les pieds de Δ et Δ' sur ox on a $AN \pm A'N' = \text{const.}$ lorsque M décrit une droite tracée sur (P).

III. Un paraboloïde équilatère (P) d'équation $yz + ax = 0$ peut, d'une infinité de manières, être considéré comme lieu des points M équidistant de deux droites Δ, Δ'. Sur quelle surface doivent se trouver Δ et Δ' ?

Montrer que Δ et Δ' sont conjuguées par rapport à (P).

La longueur (imaginaire) interceptée par (P) sur Δ est constante.

Le point M restant fixe sur (P) et le couple $(\Delta\Delta')$ variant, trouver le lieu du milieu I de NN', le lieu de la droite NN' et le lieu des points NN'.

Le lieu de NN' est un plan Π. Quelle est son enveloppe quand M varie sur (P) ?

Le lieu des points NN' est une ellipse (E). Montrer que lorsque M varie la distance focale de (E) reste constante.

IV. Le lieu des points M de l'espace dont les distances à deux droites fixes Δ, Δ' non complanes sont dans un rapport constant K $(k \neq 1)$ est un hyperboloïde à une nappe admettant la perpendiculaire commune à Δ et Δ' pour axe de symétrie transverse.

T. S. V. P.

Inversement étant donné un hyperboloïde à une nappe (H) d'équation : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}-1=0$ $(a>b)$ il n'est susceptible du mode de définition précédent que si on a : $\frac{1}{b^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{c^2}$.

Si cette relation est vérifiée, il existe une infinité de couples tels que $(\Delta\Delta')$. Ces deux droites rencontrent ox orthogonalement.

Sur quelle surface (S) doivent se trouver Δ et Δ' ? Montrer que (S) est sa propre polaire réciproque par rapport à (H).

La longueur (imaginaire) interceptée par (H) sur Δ est constante.

Le lieu de la projection N du point M sur Δ lorsque Δ varie, M restant fixe, est l'intersection d'un cylindre circulaire droit et d'un cylindre parabolique.

On suppose Δ fixe et on considère les sphères tangentes à Δ et dont le centre M décrit (H). Montrer que l'enveloppe de ces sphères est une surface unicursale dont on évaluera le degré.