

Problèmes d'algèbre

Numéro d'inventaire : 2015.8.4315

Auteur(s) : Berthe Manuel

Type de document : travail d'élève

Période de création : 2e quart 20e siècle

Date de création : 1926 (entre) / 1927 (et)

Matériau(x) et technique(s) : papier ligné, papier cartonné

Description : Cahier cousu, couverture souple violette, dos toilé noir, impression en noir, 1ère de couverture avec au centre une illustration représentant le profil d'une femme dans un cadre ovale décoré d'un ruban, dessous est imprimé "Sévigné". Réglure seyes, encre violette, rouge, noire.

Mesures : hauteur : 22 cm ; largeur : 17,5 cm

Notes : Cahier d'exercices et leçons de II année d'Ecole normale de Digne (d'après notes du collectionneur): équations, trinôme, racines d'une équation, calcul du coefficient, représentation graphique de fonctions, progressions arithmétiques, géométriques, variations d'une fonction. Il existe d'autres cahiers de la même élève.

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : École normale d'instituteur et d'institutrice

Niveau : 2nde

Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé.

Commentaire pagination : 36 p. manuscrites sur 64 p.

Langue : français.

couv. ill.

Lieux : Digne-les-Bains

École Normale
de
Signe

II^{ème} Année

Problèmes d'Algèbre

Berthe Manuel.

temps limité

N°

Le 20 Octobre 1926

Étant donnée l'équation :

$x^2 - 2x + m = 0$ déterminer m tel que l'on ait : $x'^2 - x''^2 = 1$.

Discriminant

Solution

Soit : $x^2 - 2x + m = 0$ l'équation donnée... m devant être tel que : $x'^2 - x''^2 = 1$ nous avons le système :

$$\begin{cases} x'^2 - x''^2 = 1 & (1) \\ x' + x'' = 2 & (2) \\ x'x'' = m & (3) \end{cases}$$

L'équation (1) peut s'écrire :

$$(x' + x'')(x' - x'') = 1$$

$$\text{or } x' + x'' = 2$$

$$\text{et } x' - x'' = 2 - 2x''$$

$$\text{d'où : } 2(2 - 2x'') = 1$$

$$4 - 4x'' = 1$$

$$x'' = \frac{3}{4}$$

$$x' = \frac{5}{4}$$

Remplaçons x' et x'' par leur valeur dans l'équation (3)

$$\frac{15}{16} = m$$

Vérification Remplaçons m par la valeur $\frac{15}{16}$ dans l'équation donnée :

$$x^2 - 2x + \frac{15}{16} = 0.$$

le discriminant est:
 $b^2 - ac = 1 - \frac{15}{16} = \frac{1}{16}$ il y a des racines:
 $x' = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$
 $x'' = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
 $x' - x'' = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ou 1

temps limite Le 9 Octobre 1926
 $\frac{10}{10}$
 les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle évalués en cm mesurent les racines de l'équation:
 $x^2 - (3m+4)x + 25m+6 = 0$
 Déterminer m de manière que l'hypoténuse soit égale à 25 cm. calculer dans ce cas les deux autres côtés.
 (exercice à l'école annexe)

temps limite Le 15 Décembre 1926
 On considère le trinôme:
 $x^2 - (8n-2)x + 15n^2 - 2n - 7$
 On demande:
 1° d'indiquer comment on doit choisir n pour que le trinôme soit positif quel que soit x.
 2° de choisir n de telle sorte qu'en égalant le trinôme à 0 l'équation obtenue ait deux racines dont la somme des carrés soit 24.

Solution

1° soit à déterminer n tel que l'on ait:
 $x^2 - (8n-2)x + 15n^2 - 2n - 7 > 0$ quel que soit x.
 soit $y = x^2 - (8n-2)x + 15n^2 - 2n - 7$
 ou $y = x^2 - 2(4n-1)x + 15n^2 - 2n - 7$
 Il faut:
 $y > 0$.
 Cela sera possible si le discriminant est négatif car si dans un trinôme le discriminant est négatif le trinôme prend le signe de a qui est ici positif.
 Il faut donc:
 $D < 0$ c'est à dire:
 $(4n-1)^2 - (15n^2 - 2n - 7) < 0$
 ou $16n^2 - 8n + 1 - 15n^2 + 2n + 7 < 0$
 ou $n^2 - 6n + 8 < 0$.
 Nous avons un trinôme qui doit être négatif c'est à dire du signe contraire de son a. Pour cela il faut prendre n dans l'intervalle des racines de l'équation: $n^2 - 6n + 8 = 0$, dans laquelle le discriminant est égal à:
 $d = 3^2 - 8 = 1$
 les racines sont: $n' = \frac{6+1}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$
 $n'' = \frac{6-1}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$
 Pour les valeurs de n comprises entre 2 et 4, le discrimi