

Algèbre. Tome III

Numéro d'inventaire : 2016.90.68

Type de document : travail d'élève

Période de création : 1er quart 20e siècle

Date de création : 1909 (entre) / 1910 (et)

Matériau(x) et technique(s) : papier

Description : Cahier cousu avec couverture en papier rose portant le tampon du lycée Janson de Sailly et les titres des leçons étudiées. Réglure double ligne 8 mm sans marge. MS encre noire et crayon rouge et bleu.

Mesures : hauteur : 22,3 cm ; largeur : 17,5 cm

Notes : Cours du lycée Janson de Sailly. Date estimée d'après le tome 1 Cahier de mathématiques (2016.90.49) et le tome 5 Cahier de mathématiques (2016.90.53).

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : Supérieure

Autres descriptions : Langue : français

Nombre de pages : Paginé

Commentaire pagination : 100 p.

ill.

Lieux : Paris

X.

Formule générale d'addition & de multiplication des arcs -

$$\text{On a } (\cos \theta + i \sin \theta) (\cos \theta' + i \sin \theta') (\cos \theta'' + i \sin \theta'') = \cos(\theta + \theta' + \theta'') + i \sin(\theta + \theta' + \theta'')$$

Développons. On le met sous la forme $A + iB$ $A \pm B$ et des form. ent. 1. $\cos \theta + i \sin \theta$
 $\cos \theta'' + i \sin \theta''$

$$\cos(\theta + \theta' + \theta'') = A$$

$$\sin(\theta + \theta' + \theta'') = B$$

On aura ainsi le cos & le sin. de la somme de plusieurs arcs -

Mettons le cos en facteur

$$\cos \theta \cos \theta' \cos \theta'' (1 + i \tan \theta) (1 + i \tan \theta') (1 + i \tan \theta'') =$$

$$\text{On a } (1 + i \tan \theta) (1 + i \tan \theta') = 1 + i \tan \theta + i \tan \theta' + \tan \theta \tan \theta' = 1 + i \tan \theta + i \tan \theta' + \tan \theta \tan \theta'$$

$$(1 + i \tan \theta) (1 + i \tan \theta') (1 + i \tan \theta'') = 1 + i \tan \theta + i \tan \theta' + i \tan \theta'' + \tan \theta \tan \theta' + \tan \theta \tan \theta'' + \tan \theta' \tan \theta'' + i \tan \theta \tan \theta' \tan \theta''$$

$$\text{Pour } T_1 = \tan \theta + \tan \theta' + \tan \theta''$$

$$T_2 = \tan \theta \tan \theta' + \tan \theta \tan \theta'' + \tan \theta' \tan \theta''$$

$$\text{On a } (1 + i \tan \theta) (1 + i \tan \theta') (1 + i \tan \theta'') = 1 + i T_1 + i T_2 + i T_3 - T_4 - T_5 - T_6 + i T_7$$

$$= 1 + i T_1 - T_2 - i T_3 + T_4 + i T_5 - T_6 - i T_7$$

$$= (1 - T_2 + T_4 - T_6 + \dots) + i (T_1 - T_3 + T_5 - T_7 + \dots)$$

$$\text{D'où } \cos(\theta + \theta' + \theta'') = \cos \theta \cos \theta' \cos \theta'' (1 - T_2 + T_4 - T_6 + \dots)$$

$$\sin(\theta + \theta' + \theta'') = \cos \theta \cos \theta' \cos \theta'' (T_1 - T_3 + T_5 - T_7 + \dots)$$

$$\tan(\theta + \theta' + \theta'') = \frac{T_1 - T_3 + T_5 - T_7 + \dots}{1 - T_2 + T_4 - T_6 + \dots}$$

Le sin & le cos s'exprime en fonction rationnelle de $\tan$ des arcs.

Formule de multiplication

$$\text{On a } (\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta = A + iB \text{ en posant } \cos \theta = A$$

$$\text{Or } (\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos^n \theta - C_n^1 \cos^{n-2} \theta \sin^2 \theta + C_n^2 \cos^{n-4} \theta \sin^4 \theta - \dots$$

$$+ i (C_n^1 \cos^{n-1} \theta \sin \theta - C_n^2 \cos^{n-3} \theta \sin^3 \theta + \dots)$$

$$\text{D'où } \cos n\theta = \cos^n \theta - C_n^2 \cos^{n-2} \theta \sin^2 \theta + C_n^4 \cos^{n-4} \theta \sin^4 \theta - \dots$$

$$\sin n\theta = C_n^1 \cos^{n-1} \theta \sin \theta - C_n^3 \cos^{n-3} \theta \sin^3 \theta + \dots$$

$$\tan n\theta = \frac{C_n^1 \tan \theta - C_n^3 \tan^3 \theta + \dots}{1 - C_n^2 \tan^2 \theta + C_n^4 \tan^4 \theta - \dots}$$