

## Exercices d'analyse

**Numéro d'inventaire** : 2016.90.22

**Type de document** : travail d'élève

**Période de création** : 1er quart 20e siècle

**Date de création** : 1912 (vers)

**Matériau(x) et technique(s)** : papier

**Description** : Cahier cousu avec une couverture cartonnée beige portant un symbole imprimé. Titre écrit sur la couverture. Réglure double ligne 8 mm avec marge rouge. Nombreuses pages blanches. MS encre noire.

**Mesures** : hauteur : 21,8 cm ; largeur : 17,3 cm

**Notes** : Cahier contenant des questions posées au Certificat de mathématiques générales.

**Mots-clés** : Calcul et mathématiques

**Filière** : Supérieure

**Autres descriptions** : Langue : français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 42 p.

ill.

**Lieux** : Paris

cert de Hoth gen  
Epreuve protège  
1910

I. Étudier la var de la fonction  $y = \frac{2x^3 - 4x^2}{x^2 + 1}$  et construire la courbe qui représente cette var.

II. Cal l'integ  $\int_0^{20} y dx$ ,  $x_0$  designant l'abscisse qui correspond au minimum de  $y$ .

III. Cal l'integ  $\int_{x_1}^{x_2} y dx$ ,  $x_1$  et  $x_2$  designant les absc des 2 pts les plus proches de la courbe C pour lesquels la tg est per à l'axe de cette courbe.

Solution

$$I. \quad \frac{y'}{2} = \frac{x(x^2 + 3x - 4)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x(x-1)(x^2 + x + 4)}{(x^2 + 1)^2}$$

$x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$y'$	+	-	+	+
$y$	$-\infty$	cr.	d.	cr.
		0	-1.	$+\infty$

minimum.

Asymptote. Div  $2x^3 - 4x^2$  par  $x^2 + 1$ . Le quot aura 2 termes: ce sera dans le quot de  $2x^3 - 4x^2$  par  $x^2 + 0.x$ , c'est 2 par  $x^2$ : ce sera donc  $2x - 4$ . Le reste s'obtient en rempl dans le dividende  $x^2$  par  $-1$ : ce sera donc  $4 - 2x$ . Donc  $y = 2x - 4 + \frac{4 - 2x}{x^2 + 1}$ . L'asymptote est la droite:  $y = 2x - 4$ . Pour  $x = -\infty$ ,  $y - y = \frac{4 - 2x}{x^2 + 1} > 0$ ; pour  $x = +\infty$ ,  $y - y < 0$ . La courbe coupe l'axe au pt  $x = 2$ ,  $y = 0$ .

$$\frac{y''}{4} = -(x^2 + 1)^{-3} \phi(x), \quad \phi(x) = x^3 - 6x^2 - 3x + 4$$

$\phi(-1) < 0$ ,  $\phi(0) > 0$ ,  $\phi(1) < 0$ ,  $\phi(6) > 0$ ,  $\phi(7) > 0$ . La courbe a 4 points de tangente horizontale, une coupe l'axe 1 et une est tangente à l'axe 3 fois. D'un inf vers, se qui donne 4 tangentes, car on a 1 tangente qui a un pt double (à l'inf vers 0), et les 3 autres min (à l'inf vers 0).

La courbe est sur la page suivante

II. On a  $x_0 = 1$ . Les autres à col