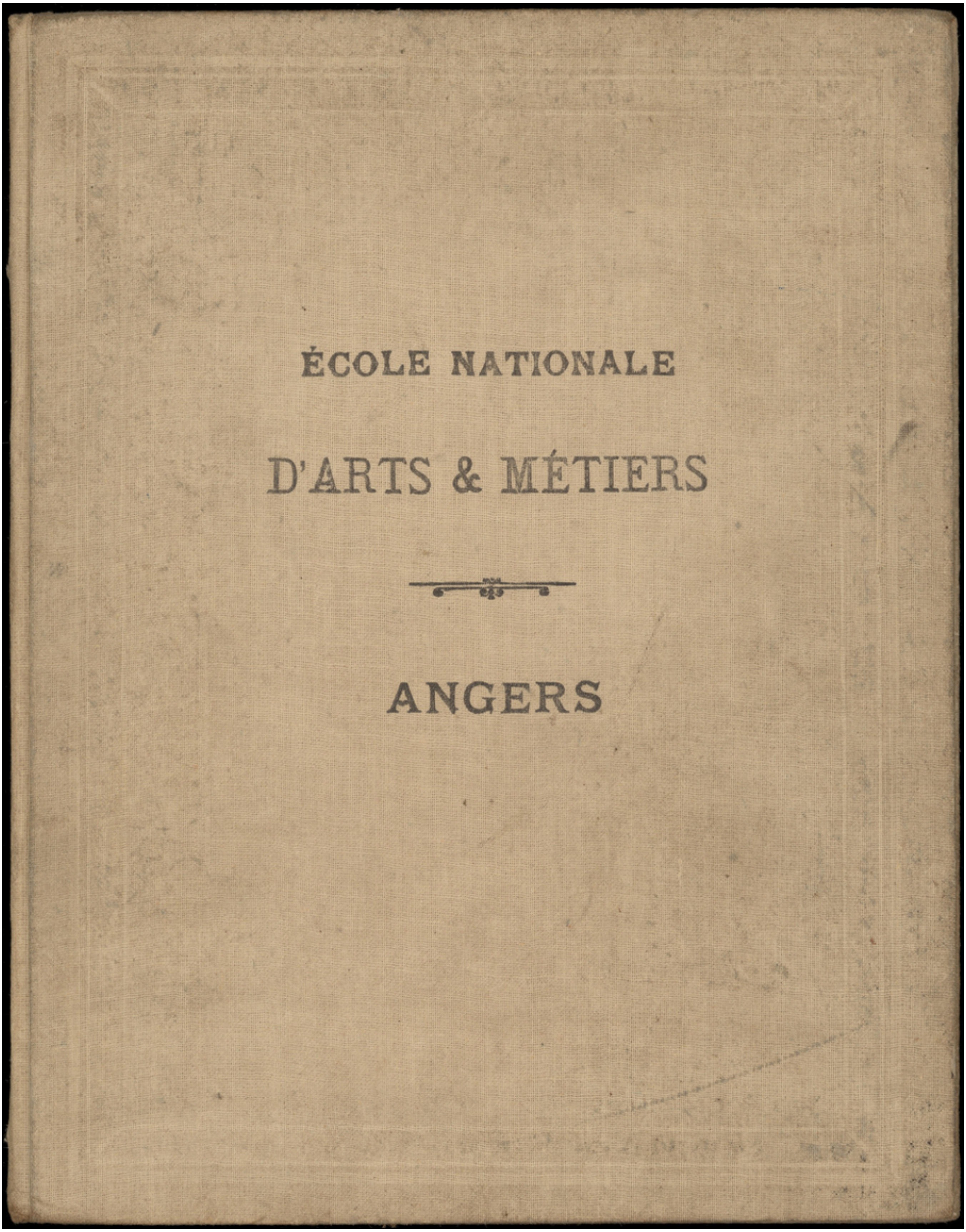
Cours de géométrie descriptive

Numéro d'inventaire : 2023.0.64
Auteur(s) : Raba
Type de document : travail d'élève
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1920-1923
Inscriptions :
• inscription : Ecole nationale d'Arts et Métiers Angers
Matériau(x) et technique(s) : papier encre noire, encre bleue
Description : Cahier de géométrie descriptive constitué d'une couverture cartonnée rigide. Le rattachement de l'ensemble des pages à la tranche est très fragile.
Mesures : hauteur : 25,6 cm ; largeur : 20 cm
Notes : Ce cahier contient des cours, accompagnés de schémas, portant sur la géométrie descriptive. L'élève, dont nous ne disposons que du nom de famille (Raba), a étudié à l'Ecole nationale d'Art et Métiers d'Angers, au sein de la promotion 1920-1923. Il s'agit de cours très techniques et approfondis, de niveau supérieur. Les intitulés des cours sont les suivants : lieux géométriques, courbure des courbes planes, résolution graphique des équations, abaques, analytique dans l'espace, intégrales, intégration des différentielles rationnelles, cubature des volumes, aires des surfaces de révolution, intégrales doubles.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Lieu(x) de création : Angers
Utilisation / destination : matériel scolaire
Représentations : / Schémas géométriques. Nombreuses figures.
Autres descriptions : Langue : Français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 145 p.
ill. : Schémas géométriques de l'élève
Objets associés : 2023.0.47


ÉCOLE NATIONALE
D'ARTS & MÉTIERS
ANGERS

Lieux géométriques

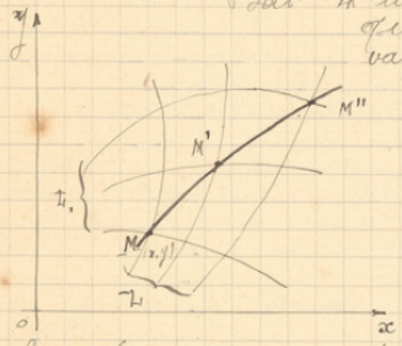
13-1-22.

Ensemble de points jouissant d'une propriété commune

Trouver le lieu géométrique du lieu d'intersection de deux lignes variables

Soit T_1 une ligne variable et $f(x,y)$ son équation qui renferme nécessairement un paramètre variable a l'équation est

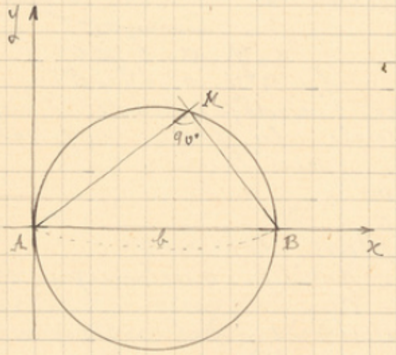
$$f(x, y, a) = 0$$



Soit une autre ligne T_1 d'équation $f'(x, y, a) = 0$

Recherchons le lieu du point M.
Soient x et y ses coordonnées
Ses coordonnées satisfont aux équations des 2 courbes.
Prenons dans la 1re éq. la valeur de a en fonction de x et y et portons la dans la 2e éq. On a une relation entre x et y indépendante de a, ce sera l'éq. du lieu.
On élimine donc a entre les 2 équations T_1 et T_1. Pour obtenir le lieu du pt d'inter. de 2 lignes on élimine a.

Ex: lieu du sommet d'un angle droit dont les sommets passent par deux points fixes A et B.



éq. (AM) : $y = ax$

éq. (BM) : $y = -\frac{1}{a}(x - b)$

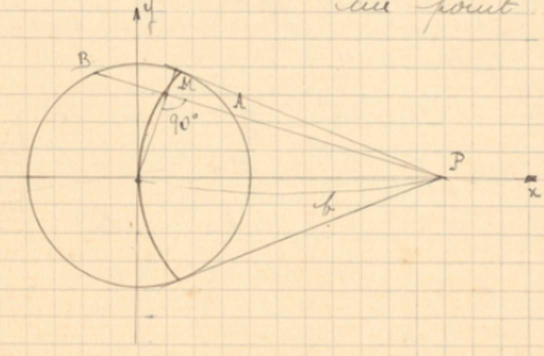
faisons le produit :

$$y^2 = (b - x)(x)$$

$$x^2 + y^2 - bx = 0$$

équation d'un cercle passant par l'origine ayant son centre au milieu de AB.

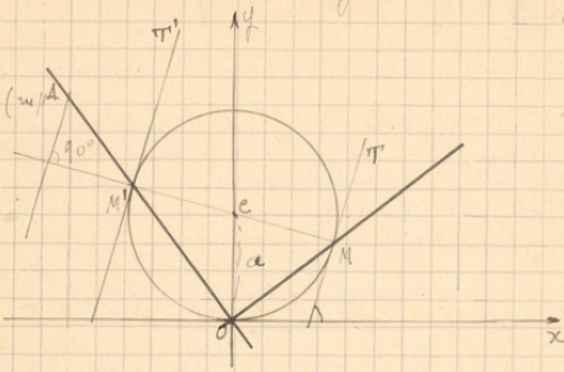
Ex 2: lieu des milieux des cordes d'un cercle passant par un point fixe P.



éq : $x^2 + y^2 - bx = 0$

Remarque. Le lieu est limité aux tangentes issues de P

Ex: On donne une circonférence variable tangente à une droite donnée en un point donné. Trouver le lieu des points de contact de tangentes à cette circonférence menées // à une dir. donnée.



cercle variable rayon a :

$$x^2+y^2-2ay=0$$

diam. MM' : $y = -\frac{1}{m}x$

$$y-a=-\frac{x}{m}$$

$$y+\frac{x}{m}=a$$

$$x^2+y^2-2y\left(y+\frac{x}{m}\right)=0$$

éq. homogène du 2e degré qui représente un système de 2 droites passant par l'origine

$$x^2-y^2-\frac{2xy}{m}=0$$

$$y^2+\frac{2xy}{m}-x^2=0 \qquad \text{prenons } \frac{y}{x} \text{ comme inconnue}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2+\frac{2}{m}\left(\frac{y}{x}\right)-1=0$$

$$\frac{y}{x}=-\frac{1}{m}\pm\sqrt{\frac{1}{m^2}+1}=-\frac{1}{m}\pm\frac{1}{m}\sqrt{1+m^2}$$

$$y=-\frac{x}{m}\pm\frac{x}{m}\sqrt{1+m^2}=\frac{x}{m}\left(-1\pm\sqrt{1+m^2}\right)$$

Le produit des coefficients angulaires de ces deux droites est égal à -1, elles sont rectangulaires.

Cas de 2 paramètres – soit (L) $f(x,y,a,b)=0$
(L₁) $f_1(x,y,a,b)=0$

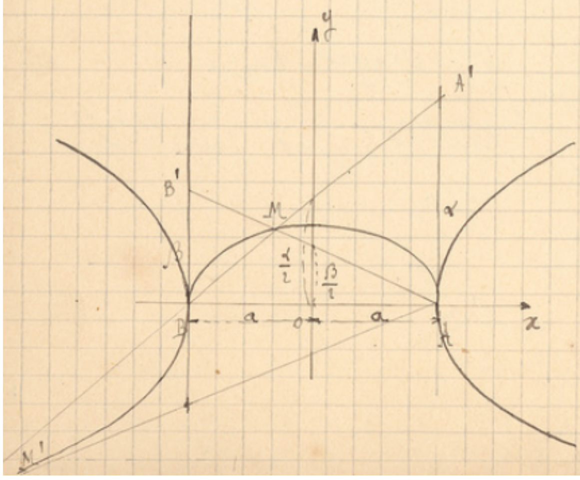
a et b ne peuvent pas être indépendants l'un de l'autre. En effet soit M un point quelc. du plan x, y ses coord. Faisons passer les lignes L et L₁ par ce point

$$f(x,y,a,b)=0$$

$$f_1(x,y,a,b)=0$$

On a pour dét. a et b un système de 2 éq. Le point pourrait occuper une position quelconque dans le plan. On doit avoir $\varphi(a,b)=0$.
D'où un système de 3 équations entre lesquelles on élimine a et b.

Ex : On donne 2 dr. AA' et BB' ⊥ à une droite AB donnée, on porte sur elles des longueurs AA' et BB' telles que $AA' \times BB' = k b^2$. On joint AB' et BA', lieu du point M d'intersection.



éq de AB' : $\frac{x}{a}+\frac{2y}{\beta}-1=0$

BA' : $-\frac{x}{a}+\frac{2y}{\alpha}-1=0$

$$\alpha\beta=kb^2$$

$$\frac{2y}{\beta}=1-\frac{x}{a}=\frac{a-x}{a}$$

$$\beta=\frac{2ay}{a-x}$$

$$\frac{2y}{\alpha}=1+\frac{x}{a}=\frac{a+x}{a}$$

$$\alpha=\frac{2ay}{a+x}$$