
Examen de PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.169

Auteur(s) : Catherine Calles

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1975

Matériau(x) et technique(s) : papier | encre noire

Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), de la candidate Catherine Calles. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques-Sciences physiques-Technologie). L'épreuve est une composition de Mathématiques. Le centre d'examen est à la salle de la Bourse, probablement à la Halle aux toiles ou au Palais des Consuls de Rouen. L'épreuve se déroule en 1975. La note obtenue est de 03,5/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 08,5/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 12 p.

Visa du Correcteur Note : 03,5 20	Nom et Prénom : <u>CALLES Catherine Tc</u> N° d'inscription : <u>54</u> Centre d'examen : <u>ROUEN.</u> collez ici après Examen : <u>PEGC</u> Session : <u>1975</u> Spécialité ou Série : <u>Séction 3</u> Si votre composition comporte plusieurs feuillets. numérotez-les <u>1/3</u> Composition de <u>Maths</u> <u>Validité de l'énoncé suivant.</u> Pour tout entier naturel n non nul on a $18^{4n+1} - 44^{4n-1} - 3 \times 96^{4n+2} \equiv 0 \pmod{13}$ 7 Simplifions cette expression. Pour travailler en <u>classe 13</u>, nous pouvons écrire. $5^{4n+1} - 5^{4n-1} - 3 \times 5^{4n+2} \equiv 0 \pmod{13}$ $\Leftrightarrow 5^{4n-1} (5^2 - 1 - 3 \times 5^3) \equiv 0 \pmod{13} \Leftrightarrow 5^{4n+1} (-351)$ Cherchons les puissances de 5 dans $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$. nous avons en dressant un tableau, les résultats suivant. <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">p=0</td> <td style="width: 40%;">5⁰ = 1</td> <td style="width: 10%;">p=12</td> <td style="width: 40%;">5¹² = 1</td> </tr> <tr> <td>p=1</td> <td>5¹ = 5</td> <td colspan="2" rowspan="4" style="text-align: center; vertical-align: middle;"> période de 4 dans les résultats </td> </tr> <tr> <td>p=2</td> <td>5² = 12</td> </tr> <tr> <td>p=3</td> <td>5³ = 5</td> </tr> <tr> <td>p=4</td> <td>5⁴ = 1</td> </tr> <tr> <td>p=5</td> <td>5⁵ = 5</td> <td colspan="2" rowspan="4" style="text-align: center; vertical-align: middle;"> nous avons 5^{4p-1} ≡ 5 mod 13 </td> </tr> <tr> <td>p=6</td> <td>5⁶ = 12</td> </tr> <tr> <td>p=7</td> <td>5⁷ = 5</td> </tr> <tr> <td>p=8</td> <td>5⁸ = 1</td> </tr> <tr> <td>p=9</td> <td>5⁹ = 5</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>p=10</td> <td>5¹⁰ = 12</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>p=11</td> <td>5¹¹ = 5</td> <td colspan="2"></td> </tr> </table>	p=0	5 ⁰ = 1	p=12	5 ¹² = 1	p=1	5 ¹ = 5	période de 4 dans les résultats		p=2	5 ² = 12	p=3	5 ³ = 5	p=4	5 ⁴ = 1	p=5	5 ⁵ = 5	nous avons 5 ^{4p-1} ≡ 5 mod 13		p=6	5 ⁶ = 12	p=7	5 ⁷ = 5	p=8	5 ⁸ = 1	p=9	5 ⁹ = 5			p=10	5 ¹⁰ = 12			p=11	5 ¹¹ = 5		
p=0	5 ⁰ = 1	p=12	5 ¹² = 1																																		
p=1	5 ¹ = 5	période de 4 dans les résultats																																			
p=2	5 ² = 12																																				
p=3	5 ³ = 5																																				
p=4	5 ⁴ = 1																																				
p=5	5 ⁵ = 5	nous avons 5 ^{4p-1} ≡ 5 mod 13																																			
p=6	5 ⁶ = 12																																				
p=7	5 ⁷ = 5																																				
p=8	5 ⁸ = 1																																				
p=9	5 ⁹ = 5																																				
p=10	5 ¹⁰ = 12																																				
p=11	5 ¹¹ = 5																																				

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

Visa du Correcteur Note : 03,5 20	Nom et Prénom : <u>CALLES Catherine Tc</u> N° d'inscription : <u>54</u> Centre d'examen : <u>ROUEN.</u> collez ici après Examen : <u>PEGC</u> Spécialité ou Série : <u>Séction 3</u> Session : <u>1975</u> Composition de <u>Maths</u> Si votre composition comporte plusieurs feuillets, numérotez-les <u>1/3</u> Validité de l'énoncé suivant. Pour tout entier naturel n non nul on a $18^{4n+1} - 44^{4n-1} - 3 \times 96^{4n+2} \equiv 0 \pmod{13}$ Simplifions cette expression. Pour travailler en <u>classe 13</u>, nous pouvons écrire $5^{4n+1} - 5^{4n-1} - 3 \times 5^{4n+2} \equiv 0 \pmod{13}$ $\Rightarrow 5^{4n-1} (5^2 - 1 - 3 \times 5^3) \equiv 0 \pmod{13} \Rightarrow 5^{4n+1} (-351)$ Cherchons les puissances de 5 dans $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$. nous avons en dressant un tableau, les résultats suivants. <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">p=0</td> <td style="width: 40%;">5⁰ = 1</td> <td style="width: 10%;">p=12</td> <td style="width: 40%;">5¹² = 1</td> </tr> <tr> <td>p=1</td> <td>5¹ = 5</td> <td colspan="2" rowspan="4" style="vertical-align: middle;"> périodicité de 4 dans les résultats </td> </tr> <tr> <td>p=2</td> <td>5² = 12</td> </tr> <tr> <td>p=3</td> <td>5³ = 5</td> </tr> <tr> <td>p=4</td> <td>5⁴ = 1</td> </tr> <tr> <td>p=5</td> <td>5⁵ = 5</td> <td colspan="2" rowspan="4" style="vertical-align: middle;"> nous avons 5^{4p-1} = 5 mod 13 </td> </tr> <tr> <td>p=6</td> <td>5⁶ = 12</td> </tr> <tr> <td>p=7</td> <td>5⁷ = 5</td> </tr> <tr> <td>p=8</td> <td>5⁸ = 1</td> </tr> <tr> <td>p=9</td> <td>5⁹ = 5</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>p=10</td> <td>5¹⁰ = 12</td> <td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td>p=11</td> <td>5¹¹ = 5</td> <td colspan="2"></td> </tr> </table>	p=0	5 ⁰ = 1	p=12	5 ¹² = 1	p=1	5 ¹ = 5	périodicité de 4 dans les résultats		p=2	5 ² = 12	p=3	5 ³ = 5	p=4	5 ⁴ = 1	p=5	5 ⁵ = 5	nous avons 5 ^{4p-1} = 5 mod 13		p=6	5 ⁶ = 12	p=7	5 ⁷ = 5	p=8	5 ⁸ = 1	p=9	5 ⁹ = 5			p=10	5 ¹⁰ = 12			p=11	5 ¹¹ = 5		
p=0	5 ⁰ = 1	p=12	5 ¹² = 1																																		
p=1	5 ¹ = 5	périodicité de 4 dans les résultats																																			
p=2	5 ² = 12																																				
p=3	5 ³ = 5																																				
p=4	5 ⁴ = 1																																				
p=5	5 ⁵ = 5	nous avons 5 ^{4p-1} = 5 mod 13																																			
p=6	5 ⁶ = 12																																				
p=7	5 ⁷ = 5																																				
p=8	5 ⁸ = 1																																				
p=9	5 ⁹ = 5																																				
p=10	5 ¹⁰ = 12																																				
p=11	5 ¹¹ = 5																																				

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

φ est donc une similitude $\mathcal{S}$ de centre Ω , de rapport k d'angle θ .

Déterminons ces caractéristiques

$$a = (1 + i\sqrt{3}) = 2 \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = [2, \frac{\pi}{3}]$$

Pour avoir donc

$$k = 2, \theta = \frac{\pi}{3}$$

Pour trouver le centre de la similitude, il faut chercher les points invariants

les points invariants vérifient la condition suivante $z = (1 + i\sqrt{3})z - 5i\sqrt{3}$

$$\Rightarrow x + iy = (1 + i\sqrt{3})(x + iy) - 5i\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x + iy = x + iy + i\sqrt{3}x - y\sqrt{3} - 5i\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = x - y\sqrt{3} \\ y = y + \sqrt{3}x - 5\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y\sqrt{3} = 0 \\ x\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 5 \end{cases}$$

le centre Ω a pour coordonnées $\Omega \left(\begin{smallmatrix} 5 \\ 0 \end{smallmatrix} \right)$

4) Image par f de la droite d'équation $x - 2y - 1 = 0$ est une droite.

la droite Δ passe par le point $A \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix} \right)$ et porte le vecteur $\vec{v} \left(\begin{smallmatrix} +2 \\ +1 \end{smallmatrix} \right)$

Cherchons l'image de A et de $\vec{v}$, nous pourrions ainsi définir la droite image de Δ .

$$\mathcal{S} \left(2 \frac{\pi}{3} \mid \begin{smallmatrix} 5 \\ 0 \end{smallmatrix} \right) = \mathcal{R}(2) \circ \text{Rot} \left(\frac{\pi}{3} \mid \begin{smallmatrix} 5 \\ 0 \end{smallmatrix} \right)$$