
PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.165

Auteur(s) : Philippe Mileo

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1975

Matériau(x) et technique(s) : papier encre noire

Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), du candidat Philippe Mileo. La spécialité de l'élève est Mathématiques-Sciences-physiques, section 3 (probablement en bac C). L'épreuve est une composition de Mathématiques. Le centre d'examen est à la préfecture de Rouen. L'épreuve se déroule en mai 1975. La note obtenue est de 07/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 07/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 12 p. dont 9 p. manuscrites

Nom et Prénom : MILEO Philippe

N° d'inscription : 204

Centre d'examen : Prefecture

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Examen : P.E.G.C

Session : clair

Spécialité ou Série : Section III

Si votre composition comporte plusieurs feuillets,

numérotez-les 1/3

Note :

07
20

Composition de Mathématiques

2ème Problème :

1^{re} Partie, 1^{re} question :

$$\forall x \in [0, 1] \quad \forall y \in [0, 1]$$

$$\left| \left(h(x) - h(y) \right) \right| = \left| \frac{x}{x+3} - \frac{y}{y+3} \right|$$

$$= \left| \frac{3x - 3y}{(x+3)(y+3)} \right|$$

$$= \frac{3}{3} \left| \frac{x - y}{\left(\frac{x}{3} + 1\right)\left(\frac{y}{3} + 1\right)} \right|$$

$$= \frac{1}{3} \left| \frac{x - y}{\left(\frac{x}{3} + 1\right)\left(\frac{y}{3} + 1\right)} \right|$$

or on pose $A = \left(\frac{x}{3} + 1\right)\left(\frac{y}{3} + 1\right)$ A est positif.

on obtient l'égalité : $|h(x) - h(y)| = \frac{1}{3} |x - y| \times \frac{1}{A}$

$\Rightarrow |h(x) - h(y)| \leq \frac{1}{3} |x - y|$ C.Q.F.D.

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

2^{de} Question: $\forall x \in [0, 1] \quad R(x) = \frac{x}{x+3}$

$R(x)$ est donc positif : $R(x) \geq 0$.

Comme par définition de $R(x)$ on a aussi $x \geq R(x)$,
en effet $x \geq \frac{x}{x+3}$.

d'où $\forall x \in [0, 1] \Rightarrow R(x) \geq 0$.

$R(x) \leq 1$.

d'où $R[0, 1] \subset [0, 1]$.

C.Q.F.D.

3^{de} Question: Démonstration par récurrence.

$$n=1. \quad |x_2 - x_1| = |R(x_1) - R(x_0)|$$

$$|R(x_1) - R(x_0)| \leq \frac{1}{3} |x_0 - x_1| \quad (1^{de} Question).$$

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| \leq \frac{1}{3} |x_0 - x_1|.$$

La formule est donc vraie pour $n=1$.

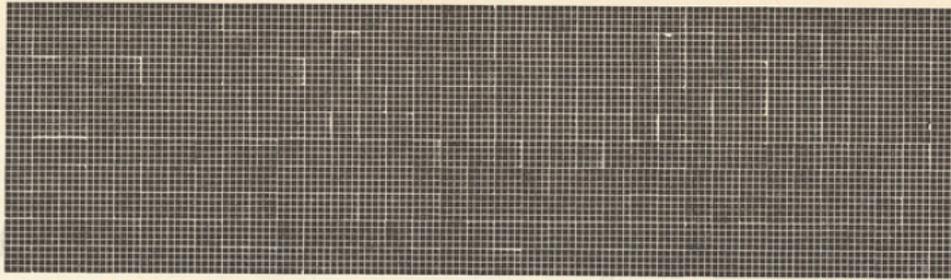
supposons la vraie pour n : $|x_{n+1} - x_n| \leq \frac{1}{3^n} |x_0 - x_1|$.

Démontrons la pour $n+1$.

$$|x_{n+2} - x_{n+1}| = |R(x_{n+1}) - R(x_n)| \leq \frac{1}{3} |x_{n+1} - x_n|$$

d'où la 1^{de} Question.

0,5



d'où

$$|x_{n+2} - x_{n+1}| \leq \frac{1}{3} |x_{n+1} - x_n|$$

$$\Leftrightarrow |x_{n+2} - x_{n+1}| \leq \frac{1}{3} \times \frac{1}{3^n} |x_0 - x_1|$$

d'après la supposition faite pour n .

$$\Leftrightarrow |x_{n+2} - x_{n+1}| \leq \frac{1}{3^{n+1}} |x_0 - x_1|$$

La formule a donc été établie pour le rang $n+1$.
Donc elle est vraie pour n quelconque.



5^è Question :

$$\forall n \quad x_{n+1} - x_n = h(x_n) - x_n \\ = \frac{x_n}{x_{n+3}} - x_n$$

$$\text{or } \frac{x_n}{x_{n+3}} - x_n \leq 0 \Leftrightarrow x_{n+1} - x_n \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \forall n \quad x_{n+1} \leq x_n$$

Donc la suite $n \rightarrow x_n$ est décroissante.

Or $\forall n \quad x_n \in]0, 1]$. Donc la suite P_n .

$$x_0 = a \quad \text{avec } a \in [0, 1]$$

$$x_1 = P(a) \Rightarrow x_1 \in [0, 1] \quad \text{d'après la 1^è question}$$

supposons que $x_n \in [0, 1]$ on a $x_{n+1} = h(x_n) \Rightarrow x_{n+1} \in [0, 1]$
Pour d'après la 1^è question donc par récurrence nous.

