PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.164
Auteur(s) : Patricia Le Duc
Type de document : travail d'élève
Période de création : 4e quart 20e siècle
Date de création : 1975
Matériau(x) et technique(s) : papier | encre bleue
Description : Quatre copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.
Mesures : hauteur : 31,1 cm
largeur : 24 cm
Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), de la candidate Patricia Le Duc. La spécialité de l'élève est Mathématiques-Sciences-physiques, section 3 (probablement en bac C). L'épreuve est une composition de Mathématiques. Le centre d'examen est à la préfecture de Rouen. L'épreuve se déroule en mai 1975. La note obtenue est de 18/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 07/20.
Mots-clés : Compositions et copies d'examens
Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire
Lieu(x) de création : Rouen
Autres descriptions : Langue : Français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 16 p.

Nom et Prénom : LE DUC Patricia

N° d'inscription : 199 Centre d'examen : Rouen

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Note : 18 / 20

Examen : PEGC Session : 1975

Spécialité ou Série : Math Physique

Si votre composition comporte plusieurs feuillets, numérotez-les 1 /

Composition de Math

1er problème

$(E, +, \times)$ es. vect de dimension finie sur $\mathbb{R}$

f endomorphisme : $E \to E$

$f \circ f = -1_E$

$\mathbb{C} \times E \longrightarrow E$

$[a + ib, x] \longrightarrow ax - bf(x)$.

1ère partie

a) $(E, +, *)$ est un espace vectoriel sur $\mathbb{C}$

— $(E, +, \times)$ ev sur $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ $(E, +)$ groupe additif commutatif

$\forall a, \forall b \in \mathbb{R}, \forall x \in E$ $\quad (a+b)x = ax + bx$.

$a(bx) = (ab)x$.

$\forall a \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in E$ $\quad a(x+y) = ax + ay$

$1 \times x = 1$ $\quad$ 1 el neutre pour la loi $\times$.

de ceci on tire

— $(E, +)$ groupe commutatif additif

— il reste à montrer les relations.

$\forall z \in \mathbb{C}, \forall x \in E, \forall y \in E$ $\quad z_1 * (x+y) = z_1 * x + z_1 * y$

$\cancel{z_1 *} \; z_1 * (z_2 * x) = (z_1 . z_2) * x$

$\forall z_1 \in \mathbb{C}, z_2 \in \mathbb{C}, \forall x \in E$ $\quad (z_1 + z_2) * x = z_1 * x + z_2 * x$

$\forall z \in \mathbb{C}$, $1 * x = x$ $\quad$ 1 el neutre de $\mathbb{C}$

N. B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

. $\forall z \in \mathbb{C}$ ~~$\forall z_1 \in \mathbb{C}, z_2 \in \mathbb{C}$~~ $\forall x \in E, \forall y \in E$.

$z = a + ib \quad a \in \mathbb{R} \quad b \in \mathbb{R}$,

$z * (x+y) = (a+ib) * (x+y) = a(x+y) - b\, f(x+y)$

$= a(x+y) - b[f(x) + f(y)]$ car f linéaire

de plus $a, b \in \mathbb{R}$, $x \in E$, $y \in E$

$f(x) \in E$, $f(y) \in E$ car f end de $E \to E$

donc $a(x+y) = ax + ay$

$b[f(x) + f(y)] = b f(x) + b f(y)$.

$z * (x+y) = ax + ay - [b f(x) + b f(y)]$

$= ax + \cancel{b f(x)} + ay - b f(x) - b f(y)$

$= ax - b f(x) + ay - b f(y)$.

d'après les propriétés de E ev sur $\mathbb{R}$

ok

donc $z * (x+y) = z * x + z * y$.

. $\forall z_1 \in \mathbb{C}, \forall z_2 \in \mathbb{C}, \forall x \in E$

$(z_1 + z_2) * x = (a + ib + a' + ib') * x$.

$= [(a+a') + (b+b') i] * x$

$= (a+a') x - (b+b') f(x)$ propriété de E

$= a x + a' x - [b f(x) + b' f(x)]$ car f linéaire ev sur $\mathbb{R}$

$= ax + a'x - b f(x) - b' f(x)$

$= ax - b f(x) + a'x - b' f(x)$

$= z_1 * x + z_2 * x$.

ef

. dans $\mathbb{C}$ élément neutre $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1$

$= 1 + 0i$.

donc $\forall$ ~~$z \in$~~ $x \in E$

$1 * x = 1x - 0\, f(x) = 1 \times x = x.$

$\forall z_1 \in \mathbb{C}, \forall z_2 \in \mathbb{C}, \forall x \in E,$

$z_1 * (z_2 * x) = (a+ib) * [(a'+ib') * x]$

$= (a+ib) * [a'x - b' f(x)]$

$= a[a'x - b' f(x)] - b\, f[a'x - b' f(x)]$

$= a a'x - a b' f(x) - b[f(a'x) - f[b' f(x)]]$

$= aa'x - ab' f(x) - b[f(a'x) - b' f[f(x)]]$ car. f linéaire

$= aa'x - ab' f(x) - b[f(a'x) - b' f \circ f(x)]$

$= aa'x - ab' f(x) - b[f(a'x) + b'x]$ propriété de E sur R

$= aa'x - ab' f(x) - b f(a'x) - bb'x$

$= aa'x - ab' f(x) - ba' f(x) - bb'x$

$\cancel{= aa'x - ba' f(x)}$

$= aa'x - bb'x - (ab' + ba') f(x).$

or $(z_1 z_2) * x = [(a+ib)(a'+ib')] * x$

$= [aa' - bb' + (ab' + a'b) i] * x$

$= (aa' - bb')x - (b'a + a'b) f(x).$

donc $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}, \forall x \in E, \; z_1 * (z_2 * x) = (z_1 z_2) * (x)$