
Entrée dans les centres PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.135

Auteur(s) : Didier Duval

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1974

Matériaux et technique(s) : papier | encre noire

Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), du candidat Didier Duval. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques Physique et Technologie), catégorie 3 section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est à la Préfecture de Rouen. L'épreuve se déroule en juin 1974. La note obtenue est de 04/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 03,8/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

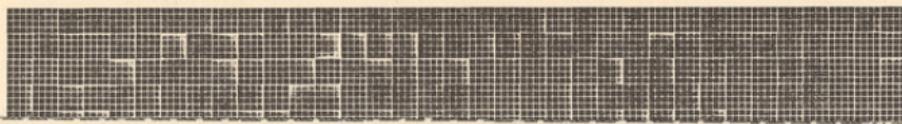
Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 12 p. dont 9 p. manuscrites



Nom et Prénom : DUVAL didier

N° d'inscription : 205

Centre d'examen : ROUEN

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

ds

Note :

64

20

Examen : Entrée dans les centres PEGC Session : 74.75

Spécialité ou Série : 3 Mathématiques Physique et Technologie

Si votre composition
comporte plusieurs
feuillets,
numérotez-les 1/3

Composition de Mathématiques

1er exercice :

$$h(x) = \operatorname{Arc sin} \frac{2x}{1+x^2} + \operatorname{Arc cos} \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

1) définition de $\operatorname{Arc sin} \frac{2x}{1+x^2}$ $1+x^2 > 0 \quad \forall x$

c'est la détermination principale de $\operatorname{arc sin} \frac{2x}{1+x^2}$

qui est la fonction inverse de $\sin y$

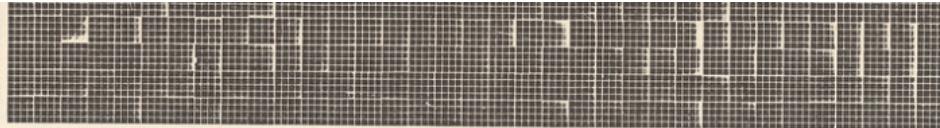
Si $y = \operatorname{arc sin} \frac{2x}{1+x^2}$

or $-1 \leq \sin \frac{2x}{1+x^2} \leq +1$

donc : $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{2x}{1+x^2} \leq +\frac{\pi}{2} \pmod{2\pi}$

pour $\operatorname{Arc cos} \frac{1-x^2}{1+x^2}$ on obtient :

$$0 \leq \frac{1-x^2}{1+x^2} \leq \pi \pmod{2\pi}$$



e) $1+x^2 > 0 \forall x$, les fonctions \sin et \cos sont continues donc $h(x)$ est continue.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$$

$$\text{Si } x \rightarrow 0^+, \frac{1}{x} \rightarrow 0^+$$

$$h(x) = \operatorname{Arc} \sin x \left(\frac{\frac{2}{x}}{1+x^2} \right) + \operatorname{Arc} \cos x^2 \left(\frac{\frac{1}{x^2}-1}{1+x^2} \right)$$

\downarrow
 0^+

\downarrow
 1^-

$$h(x) \xrightarrow[x \rightarrow 0^+]{} 0^+ \text{ et } 1^-$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$$

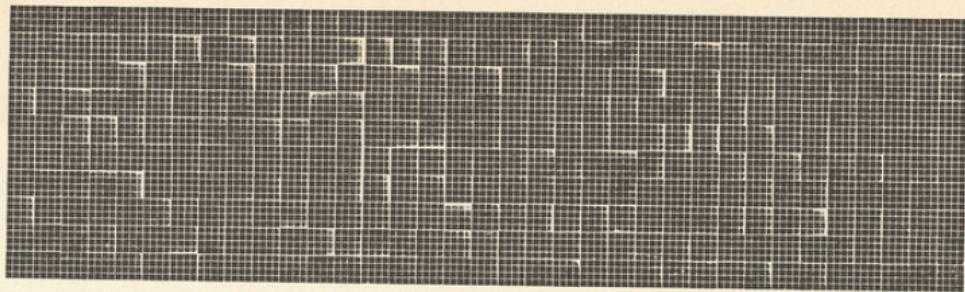
$$x \rightarrow -\infty$$

$$h(x) = \operatorname{Arc} \sin x \left(\frac{\frac{2}{x}}{1+x^2} \right) + \operatorname{Arc} \cos x^2 \left(\frac{\frac{1}{x^2}-1}{1+x^2} \right)$$

\downarrow
 0^-

\downarrow
 1^-

$$h(x) \xrightarrow[x \rightarrow -\infty]{} 1^- \text{ et } 1^-$$



4) Dériver :

$$h(x) = \operatorname{Arc} \sin \frac{2x}{1+x^2} + \operatorname{Arc} \cos \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2x}{1+x^2}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\frac{(1+x^2)^2 - 4x^2}{(1+x^2)^2}}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{(1+x^2)^2 - (1-x^2)^2}{(1+x^2)^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4x^2}{(1+x^2)^2}}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{4x^4}{(1+x^2)^2}}} \\ &= \frac{1+x^2}{\sqrt{(x^2-1)^2}} - \frac{1+x^2}{\sqrt{4x^4}} \\ &= \frac{1+x^2}{\frac{x^2-1}{2x^2}} - \frac{1+x^2}{2x^2} = \frac{(x^2+1)^2}{(x^2-1)(2x^2)} \end{aligned}$$

5) $t = \operatorname{Arc} \tan x$ alors $\operatorname{Arc} \sin (2x) = \frac{2t}{1+t^2}$

$$\operatorname{Arc} \cos (2x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

On retrouve les m formes dans l'expression de $h(x)$.

avec $\operatorname{Arc} \sin \frac{2x}{1+x^2}$ et $\operatorname{Arc} \cos \frac{1-x^2}{1+x^2}$



Exportar los artículos del museo

Subtítulo del PDF
