Entrée dans les centres PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.135
Auteur(s) : Didier Duval
Type de document : travail d'élève
Période de création : 4e quart 20e siècle
Date de création : 1974
Matériau(x) et technique(s) : papier | encre noire
Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.
Mesures : hauteur : 31,1 cm
largeur : 24 cm
Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), du candidat Didier Duval. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques Physique et Technologie), catégorie 3 section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est à la Préfecture de Rouen. L'épreuve se déroule en juin 1974. La note obtenue est de 04/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 03,8/20.
Mots-clés : Compositions et copies d'examens
Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire
Lieu(x) de création : Rouen
Autres descriptions : Langue : Français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 12 p. dont 9 p. manuscrites

Nom et Prénom : DUVAL didier

N° d'inscription : 205 Centre d'examen : ROUEN

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Note : 04 / 20

Examen : Entrée dans les centres PEGC Session : 1975

Spécialité ou Série : 3 Mathématiques Physique et Technologie

Si votre composition comporte plusieurs feuillets, numérotez-les 1/3

Composition de Mathématiques

1er exercice :

$$h(x) = \text{Arc}\sin\frac{2x}{1+x^2} + \text{Arc}\cos\frac{1-x^2}{1+x^2}$$

1) définition de $\text{Arc}\sin\frac{2x}{1+x^2}$ $\quad 1+x^2 > 0 \ \forall x$

c'est la détermination principale de $\text{arc}\sin\frac{2x}{1+x^2}$

qui est la fonction inverse de $\sin y$ si $y = \text{arc}\sin\frac{2x}{1+x^2}$

or $-1 \leqslant \sin\frac{2x}{1+x^2} \leqslant +1$

donc : $-\frac{\pi}{2} \leqslant \frac{2x}{1+x^2} \leqslant +\frac{\pi}{2}$ (mod 2π)

pour $\text{Arc}\cos\frac{1-x^2}{1+x^2}$ on obtient.

$$0 \leqslant \frac{1-x^2}{1+x^2} \leqslant \pi \quad (\text{mod } 2\pi)$$

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

2) $1+x^2$ est >0 $\forall x$, les fonctions sin et cos sont continues donc $h(x)$ est continue.

3) $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$

Si $x \to +\infty$, $\frac{1}{x} \to 0_+$

$$h(x) = \underset{\substack{\downarrow \\ 0_+}}{\text{Arc}\sin x\left(\frac{\frac{2}{x}}{1+x^2}\right)} + \underset{\substack{\downarrow \\ 1_-}}{\text{Arc}\cos x^2\left(\frac{\frac{1}{x^2}-1}{1+x^2}\right)}$$

$$h(x) \xrightarrow[x \to +\infty]{} 1_-$$

$\lim\limits_{x \to -\infty} h(x)$

$$h(x) = \underset{\substack{\downarrow \\ 0_-}}{\text{Arc}\sin x\left(\frac{\frac{2}{x}}{1+x^2}\right)} + \underset{\substack{\downarrow \\ 1_-}}{\text{Arc}\cos x^2\left(\frac{\frac{1}{x^2}-1}{1+x^2}\right)}$$

$$h(x) \xrightarrow[x \to -\infty]{} -1$$

4) Dérivée :

$$h(x) = \text{Arc}\sin\frac{2x}{1+x^2} + \text{Arc}\cos\frac{1-x^2}{1+x^2}$$

$$h'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{(1+x^2)^2-4x^2}{(1+x^2)^2}}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{(1+x^2)^2-(1-x^2)^2}{(1+x^2)^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2x}{x^2+1}\right)^2}}$$

$$= \frac{1+x^2}{\cancel{\sqrt{(x^2-1)^2}}} - \frac{1+x^2}{\cancel{\sqrt{4x^2}}}$$

$$= \frac{1+x^2}{x^2-1} - \frac{1+x^2}{2x} = \frac{(x^2+1)^2}{(x^2-1)(2x)}$$

5) $t =$ Arc tg x alors Arc sin $(2x) = \frac{2t}{1+t^2}$

Arc cos $(2x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

On retrouve les m̂ formes dans l'expression de $h(x)$

avec Arc sin $\frac{2x}{1+x^2}$ et Arc cos $\frac{1-x^2}{1+x^2}$