
PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.132

Auteur(s) : Patrick Gaillard

Type de document : travail d'élève

Période de création : 4e quart 20e siècle

Date de création : 1974

Matériau(x) et technique(s) : papier | encre bleue

Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.

Mesures : hauteur : 31,1 cm

largeur : 24 cm

Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), du candidat Patrick Gaillard. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques et physique-chimie), section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est l'ENF ou ENI (Ecole Normale de Filles ou Ecole Normale d'Institutrices) se situant au 09, rue de Lille à Rouen. L'épreuve se déroule en mai 1974. La note obtenue est de 10,5/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 10,25/20.

Mots-clés : Compositions et copies d'examens

Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire

Lieu(x) de création : Rouen

Autres descriptions : Langue : Français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 12 p. dont 11 p. manuscrites

Nom et Prénom : GAILLARD Patrick

N° d'inscription : 49

Centre d'examen : EN.I Rouen

collez ici après avoir

Visa du Correcteur

Examen : P.E.G.C

Session : 1974

Spécialité ou Série : Physique - Mathématiques

Si votre composition
comporte plusieurs
feuillets.

numérotez-les 1 /

Note :

10,5

20

Composition de Mathématiques

1^{ier} exercice.

$$z^3 + 2(i-1)z^2 - 3iz + i + 1 = 0$$

La solution $z = 1$ est évidente

$$1 + 2(i-1) - 3i + i + 1 =$$

$$1 + 2i - 2 - 3i + i + 1 = 0.$$

On peut donc factoriser le polynôme.

$$(z-1)(z^2 + az - i - 1) = 0 \quad a \in \mathbb{C}$$

$$z^3 - z^2 + az^2 - az - (i+1)z + i + 1 = 0$$

$$z^3 + (a-1)z^2 - (a+i+1)z + i + 1 = 0.$$

$$\left. \begin{array}{l} a-1 = 2i-2 \\ a+i+1 = 3i \end{array} \right\} \Rightarrow a = 2i-1$$

L'équation devient

$$(z-1)(z^2 + (2i-1)z - i - 1) = 0$$

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

$$z^2 + (2i - 1)z - i - 1 = 0$$

$$\Delta = (2i - 1)^2 + 4(i + 1)$$

$$\Delta = -4 - 4i + 1 + 4i + 4$$

$$\Delta = 2i + 1$$

Calculons les racines de Δ .

$$(a + ib)^2 = 2i + 1 \Rightarrow$$

$$a^2 - b^2 + 2abi = 2i + 1 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 1 \\ 2ab = 2 \end{cases}$$

$$\text{je pose } \begin{cases} X = a^2 \\ Y = -b^2 \end{cases}$$

Le système devient

$$\begin{cases} X + Y = 1 \\ 4XY = -4 \\ ab > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X + Y = 1 \\ XY = -1 \\ ab > 0 \end{cases}$$

X et Y sont les solutions de l'équation

$$u^2 - u + 1 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 = -3 < 0.$$

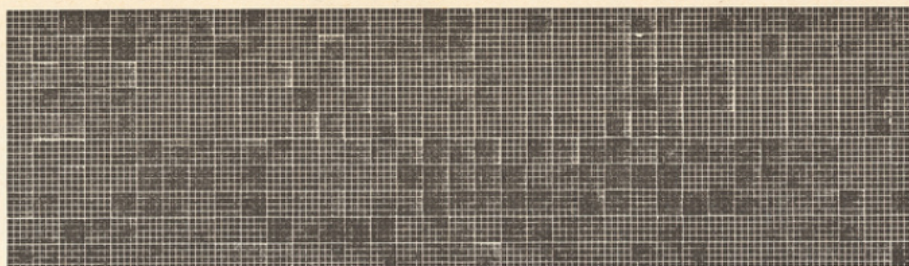
$$u_1 = \frac{1 + \sqrt{-3}}{2} \Rightarrow$$

$$u_2 = \frac{1 - \sqrt{-3}}{2}$$

$$\begin{cases} 1^\circ) X = \frac{1 + \sqrt{-3}}{2} \text{ et } Y = \frac{1 - \sqrt{-3}}{2} \\ 2^\circ) \text{ ou } X = \frac{1 - \sqrt{-3}}{2} \text{ et } Y = \frac{1 + \sqrt{-3}}{2} \end{cases}$$

Le 2° est impossible car

$$X = a^2 \Rightarrow X > 0 \text{ et } Y = -b^2 \Rightarrow Y \leq 0$$



$$a^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$b^2 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$ab > 0$$

$\Rightarrow$

$$a = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

$$b = \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$$

ou

$$a = -\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

$$b = -\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$$

Les solutions de l'équation initiale sont donc

$$1, \quad \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} + i\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}, \quad -\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} - i\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$$

2ème exercice.

a) addition

	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	0
2	2	3	4	5	0	1
3	3	4	5	0	1	2
4	4	5	0	1	2	3
5	5	0	1	2	3	4

b) multiplication

	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	0	2	4
3	0	3	0	3	0	3
4	0	4	2	0	4	2
5	0	5	4	3	2	1

$$\begin{cases} \bar{3}x + \bar{3}y = \bar{3} \\ x + \bar{2}y = \bar{1} \end{cases} \Rightarrow$$

$$x = \bar{1} - \bar{2}y$$

$$\bar{3}(\bar{1} - \bar{2}y) + \bar{3}y = \bar{3}$$

$$\begin{cases} x = \bar{1} - \bar{2}y \\ \bar{3} + \bar{3}y = \bar{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = \bar{0} \\ x = \bar{1} \end{cases}$$