Concours PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.131
Auteur(s) : Evelyne Lefebvre
Type de document : travail d'élève
Période de création : 4e quart 20e siècle
Date de création : 1974
Matériau(x) et technique(s) : papier | encre bleue
Description : Quatre copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.
Mesures : hauteur : 31,1 cm
largeur : 24 cm
Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), de la candidate Evelyne Lefebvre. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques et physique-chimie), section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est l'ENF ou ENI (Ecole Normale de Filles ou Ecole Normale d'Institutrices) se situant au 09, rue de Lille à Rouen. L'épreuve se déroule en mai 1974. La note obtenue est de 17/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 10,25/20.
Mots-clés : Compositions et copies d'examens
Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire
Lieu(x) de création : Rouen
Autres descriptions : Langue : Français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 16 p. dont 15 p. manuscrites

Nom et Prénom : LEFEBVRE Evelyne

N° d'inscription : 53 Centre d'examen : Rouen

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Examen : CONCOURS PEGC Session :

Spécialité ou Série : C

Si votre composition comporte plusieurs feuillets, numérotez-les 1 /

Note : 17 / 20

Composition de MATHEMATIQUES.

1er exercice.

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation.

$$z^3 + 2(i-1)z^2 - 3iz + i + 1 = 0 \quad (1)$$

On remarque que le complexe $z = 1$ est 1 racine évidente de l'équation. Mettre $(z-1)$ en facteur dans l'expression (1).

$(1) \iff (z-1)(z^2 + \alpha z + \beta) = 0$. $(a, b) \in \mathbb{C}^2$.

$\iff z^3 - z^2 + \alpha z^2 - \alpha z + \beta z - \beta = 0$

$\iff z^3 + (\alpha - 1)z^2 + (\beta - \alpha)z - \beta = 0$. (2)

Identification des termes semblables des expressions (1) et (2)

$$\begin{cases} \alpha - 1 = 2(i-1) \\ \beta - \alpha = -3i \\ -\beta = i+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2i - 2 + 1 \\ \beta = -3i + \alpha \\ \beta = -i - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2i - 1 \\ \beta = -3i + 2i - 1 = -i - 1 \\ \beta = -i - 1. \end{cases}$$

$(1) \iff (z-1)[z^2 + (2i-1)z - i - 1] = 0$.

$\iff$ 1) $z = 1$

ou 2) $z^2 + (2i-1)z - (i+1) = 0$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (2i-1)^2 + 4(i+1) = 4i^2 + 1 - 4i + 4i + 4$

$\Delta = -4 + 1 + 4$ car $i^2 = -1$

$\Delta = 1$ 1 racine carrée de $\Delta = 1$.

$\Delta \neq 0$ donc cette équation admet 2 solutions complexes distinctes.

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

Cette équation du 2e degré admet 2 solutions.

$$z^2 + (2i-1)z - (i+1) = 0.$$

$$z_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2i+1+1}{2} = \frac{-2i+2}{2} = 1-i$$

$$z_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2i+1-1}{2} = \frac{-2i}{2} = -i.$$

Conclusion : L'équation (1) admet 3 solutions.

$$\boxed{z = 1, \quad z_1 = 1-i, \quad z_2 = -i.}$$

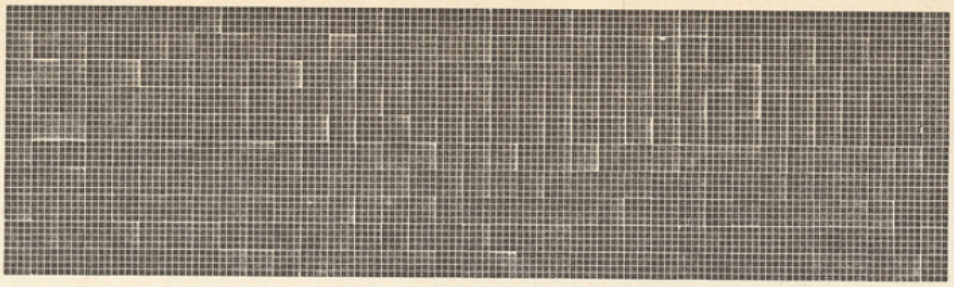
2e exercice

Table d'addition dans $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$.

$\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ contient 6 classes d'équivalence $= \{\dot{0}, \dot{1}, \dot{2}, \dot{3}, \dot{4}, \dot{5}\}$.

+	$\dot{0}$	$\dot{1}$	$\dot{2}$	$\dot{3}$	$\dot{4}$	$\dot{5}$
$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{1}$	$\dot{2}$	$\dot{3}$	$\dot{4}$	$\dot{5}$
$\dot{1}$	$\dot{1}$	$\dot{2}$	$\dot{3}$	$\dot{4}$	$\dot{5}$	$\dot{0}$
$\dot{2}$	$\dot{2}$	$\dot{3}$	$\dot{4}$	$\dot{5}$	$\dot{0}$	$\dot{1}$
$\dot{3}$	$\dot{3}$	$\dot{4}$	$\dot{5}$	$\dot{0}$	$\dot{1}$	$\dot{2}$
$\dot{4}$	$\dot{4}$	$\dot{5}$	$\dot{0}$	$\dot{1}$	$\dot{2}$	$\dot{3}$
$\dot{5}$	$\dot{5}$	$\dot{0}$	$\dot{1}$	$\dot{2}$	$\dot{3}$	$\dot{4}$

×	$\dot{0}$	$\dot{1}$	$\dot{2}$	$\dot{3}$	$\dot{4}$	$\dot{5}$
$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{0}$
$\dot{1}$	$\dot{0}$	$\dot{1}$	$\dot{2}$	$\dot{3}$	$\dot{4}$	$\dot{5}$
$\dot{2}$	$\dot{0}$	$\dot{2}$	$\dot{4}$	$\dot{0}$	$\dot{2}$	$\dot{4}$
$\dot{3}$	$\dot{0}$	$\dot{3}$	$\dot{0}$	$\dot{3}$	$\dot{0}$	$\dot{3}$
$\dot{4}$	$\dot{0}$	$\dot{4}$	$\dot{2}$	$\dot{0}$	$\dot{4}$	$\dot{2}$
$\dot{5}$	$\dot{0}$	$\dot{5}$	$\dot{4}$	$\dot{3}$	$\dot{2}$	$\dot{1}$



Résoudre dans $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ le système : $\begin{cases} 3x + 3y = 3 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ (1)

$\begin{cases} 3x + 3y = 3 & (1) \\ x + 2y = 1 & (2) \end{cases}$ Multiplions les 2 membres de (2) par 3, on obtient.

$\begin{cases} 3x + 3y = 3 \\ 3x + 6y = 3 \end{cases}$ soit $\begin{cases} 3x + 3y = 3 \\ 3x = 3. \end{cases}$

$3x = 3 \iff x = 1$ ou $x = 3$ ou $x = 5$.

1) $x = 1$ (S) $\Rightarrow \begin{cases} 3 + 3y = 3 \\ 1 + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 0 \\ 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \text{ ou } y = 2 \text{ ou } y = 4 \\ \text{et } y = 0 \end{cases}$

Conséquences : $(x = 1,\ y = 0)$ est 1 solution.

2) $x = 3$ (S) $\Rightarrow \begin{cases} 3 + 3y = 3 \\ 3 + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 0 \\ 2y = \overline{1-3} = \overline{-2} = 4 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 \text{ ou } y = 2 \text{ ou } y = 4 \\ \text{et } y = 2 \text{ ou } y = 5 \end{cases}$

Conséquences : $(x = 3,\ y = 2)$ est 1 solution.

3) $x = 5$. (S) $\Rightarrow \begin{cases} 3 + 3y = 3 \\ 5 + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 0 \\ 2y = \overline{1-5} = \overline{-4} = 2. \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 \text{ ou } y = 2 \text{ ou } y = 4 \\ \text{et } y = 1 \text{ ou } y = 4 \end{cases}$

Conséquences : $(x = 5,\ y = 4)$ est 1 solution.

Conclusion : $\boxed{\text{L'équation admet 3 solutions : } (1, 0)\ (3, 2)\ (5, 4)}$

4

Vérification : $(1, 0)$ solution de (S) $\iff \begin{cases} 3 + 0 = 3 \\ 1 + 0 = 1 \end{cases}$ vrai

$(3, 2)$ solution de (S) $\iff \begin{cases} 3 + 0 = 3 \\ 3 + 4 = 7 = 1 \end{cases}$ vrai

$(5, 4)$ solution de (S) $\iff \begin{cases} 3 + 0 = 3 \\ 5 + 8 = 5 + 2 = 7 = 1 \end{cases}$ vrai