Concours d'entrée en PEGC

Numéro d'inventaire : 2024.0.122
Auteur(s) : Daniel Fouquet
Type de document : travail d'élève
Période de création : 4e quart 20e siècle
Date de création : 1973
Matériau(x) et technique(s) : papier | encre bleue
Description : Trois copies doubles d'examen à simple lignage avec partie supérieure à massicoter.
Mesures : hauteur : 31,1 cm
largeur : 24 cm
Notes : Il s'agit de la copie d'examen au concours d'entrée dans les centres PEGC (Professeur d'Enseignement Général de Collège), du candidat Daniel Fouquet. L'auteur est alors élève en baccalauréat C (Mathématiques et physique-chimie), catégorie 3 section 3. L'épreuve est une composition de mathématiques. Le centre d'examen est à La Halle aux Toiles de Rouen. L'épreuve se déroule en mai 1973. La note obtenue est de 13/20, la moyenne du lot de copies dont elle est issue est de 07/20.
Mots-clés : Compositions et copies d'examens
Formation initiale et continue des maîtres (y compris conférences pédagogiques), post-élémentaire
Lieu(x) de création : Rouen
Autres descriptions : Langue : Français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 12 p.

Nom et Prénom : FOUQUET Daniel

N° d'inscription : 110 Centre d'examen : ROUEN

collez ici après avoir rempli l'en-tête

Visa du Correcteur

Examen : Concours d'entrée en PEGC Session : Mai 73

Spécialité ou Série : Mathématiques Physiques

Si votre composition comporte plusieurs feuillets, numérotez-les 1 / 3

Note : 13 / 20

Composition de Mathématiques

II fonction $x \longmapsto \sqrt[3]{x^2(x-1)}$

1) Toute fonction polynôme réelle est dérivable. La composé $f^{\frac{1}{n}}$ d'une fonction dérivable f. ~~…~~ avec n entier est dérivable en tout point où la fonction f ne s'annule pas.

1

La fonction considérée est donc dérivable en tout point réel différent de 0 et +1

et $f'(x) = \frac{1}{3}(3x^2-2x)[x^2(x-1)]^{-\frac{2}{3}}$

2) étude en 0 :

pour x tendant vers 0, $\sqrt[3]{x^2(x-1)}$ équivaut à $\sqrt[3]{-x^2}$

Donc $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{-x^2}}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \sqrt[3]{\frac{-1}{x}}$

Soit f' est définie en 0 à gauche et à droite et vaut $f'(0^-) = \infty$, $f'(0^+) = -\infty$.

N.B. - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer la provenance de la copie.

[redacted]

<u>étude en +1</u>

$$\lim_{x\to+1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to+1} \frac{\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[3]{x-1}}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to+1} \sqrt[3]{x^2}\cdot(x-1)^{-\frac{2}{3}}$$

1

Donc f' est définie en $+1$ à gauche et à droite et prend pour valeurs
$f'(+1^+) = +\infty \quad f'(+1^-) = +\infty$

3) $\dfrac{f(x)}{x} = \dfrac{\sqrt[3]{x^2(x-1)}}{x} = \sqrt[3]{\dfrac{x-1}{x}} = \sqrt[3]{1 - \dfrac{1}{x}} = A$

Soit en posant $X = \dfrac{1}{x}$ soit $X \to 0$ quand $x \to \pm\infty$

$A = \sqrt[3]{1-X} = \cancel{X^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{1-X}}$ 1

Le développement limité de $\sqrt[3]{1-X}$ est

$$\sqrt[3]{1-X} = 1 + \frac{X}{3} - \frac{X^2}{9} + o(X^2)$$

~~Donc celui de A est~~ $\cancel{A = X^{\frac{1}{3}} + \frac{X^{\frac{1}{3}}}{3} - \frac{X^{\frac{7}{3}}}{9} + o(X^{\frac{7}{3}})}$

La fonction $f(x)$ admettra donc pour asymptote pour $x \to \pm\infty$ la droite $y = x + \frac{1}{3}$
elle sera du côté des y négatifs pour $x \to +\infty$
des y positifs pour $x \to -\infty$

[redacted]

$$f'(x) = \frac{1}{3}\left(3x^2-2x\right)\left[x^2\,(x-1)\right]^{-\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{1}{3}\left(3x-2\right)\,x^{-\frac{1}{3}}\,(x-1)^{-\frac{2}{3}}$$

x	$-\infty$		0		$2/3$		1		$+\infty$
$3x-2$		$-$	‖	$-$		$+$	‖	$+$	
$x^{-\frac{1}{3}}$		$-$	‖	$+$		$+$	‖	$+$	
$(x-1)^{-\frac{2}{3}}$		$+$	‖	$+$		$+$	‖	$+$	
$f'(x)$	$+1$	$+$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$-$	0	$+$ $+\infty$	‖ $+\infty$	$+$	$+1$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\frac{\sqrt[3]{4}}{3}$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

1