
Sciences I, 1920. Mathématiques

Numéro d'inventaire : 2016.90.94

Type de document : texte ou document administratif

Éditeur : Ministères de l'Instruction publique et des Beaux-arts

Période de création : 1er quart 20e siècle

Date de création : 1920

Matériau(x) et technique(s) : papier

Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.

Mesures : hauteur : 31,9 cm

largeur : 21 cm

Notes : Sujet de composition de mathématiques.

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : Supérieure

Autres descriptions : Langue : français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 2 p.

Lieux : Paris

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE
ET
DES BEAUX-ARTS.

Sciences. — I.
1920.

MATHÉMATIQUES.

(Première composition.)

N. B. Il est inutile de reproduire l'énoncé sur la copie.

On donne trois axes rectangulaires Ox , Oy , Oz , et deux cônes de révolution de sommets O et A ayant pour équations :

$$O) \quad x^2 + y^2 - 2z^2 = 0,$$

$$A) \quad (x-a)^2 + y^2 - z^2 = 0,$$

(a est une constante positive).

1° Les cônes O et A ont en commun une courbe du quatrième degré Γ dont les projections sur les plans des zx et des xy mettent en évidence que par cette courbe passent deux cylindres du second degré qu'on considérera comme des cônes dont les sommets B et C seraient à l'infini, et on appellera tétraèdre $OABC$ la figure obtenue en joignant deux à deux les quatre points A , B , C , O .

Soit $M_1(x_1, y_1, z_1)$ un point de la courbe Γ . Montrer que toute droite passant par ce point et coupant deux arêtes opposées du tétraèdre $OABC$ en deux points R et S coupe Γ en un second point conjugué harmonique de M_1 par rapport à R et S . Calculer les coordonnées des trois points M_2, M_3, M_4 , ainsi obtenus en fonction de celles de M_1 . Montrer que deux arêtes opposées quelconques du tétraèdre $M_1M_2M_3M_4$ coupent deux mêmes arêtes opposées de $OABC$ et que ce tétraèdre est connu lorsqu'on donne l'un de ses sommets.

Les quatre points $M_1M_2M_3M_4$ seront appelés points associés.

2° Par la courbe Γ passent des hyperboloïdes à une nappe H_t dont l'équation est de la forme

$$x^2 + y^2 - 2z^2 - t^2[(x-a)^2 + y^2 - z^2] = 0,$$

t étant un paramètre positif qui satisfait à certaines conditions. Étudier les sections de ces hyperboloïdes par le plan Oxy . Former en fonction d'un paramètre l'équation générale des génératrices de l'un des systèmes de H_t et montrer qu'il existe quatre de ces génératrices qui sont tangentes à la courbe Γ . Reconnaître suivant les valeurs de t si ces génératrices sont réelles. Calculer les coordonnées des quatre points de contact $M_1M_2M_3M_4$.

T. S. V. P.

