Agrégation des Sciences Mathématiques. Session de 1923 : mathématiques élémentaires

Numéro d'inventaire : 2016.90.97
Type de document : texte ou document administratif
Éditeur : Ministères de l'Instruction publique
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1923
Matériau(x) et technique(s) : papier
Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.
Mesures : hauteur : 31,5 cm
largeur : 21 cm
Notes : Sujet d'agrégation de mathématiques de 1923.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Supérieure
Autres descriptions : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 2 p.
Lieux : Paris

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SESSION DE 1923.

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

Sur les côtés d'un triangle ABC, pris comme diagonales, on construit, dans le plan du triangle, les carrés CPBP′, AQCQ′, BRAR′. Les notations sont choisies de telle sorte que les sens de parcours, marqués par l'ordre indiqué pour les sommets, correspondent au sens de rotation ABC.

I. On considère la figure constituée par l'ensemble des neuf points A, B, C, P, Q, R, P′, Q′, R′, et par les segments qui ont pour extrémités deux quelconques d'entre eux. Montrer qu'à chacun de ces segments on peut en associer au moins un autre qui lui soit égal; comparer les directions des segments associés.

Montrer que les segments QR et Q′R′ sont vus du milieu de BC sous un angle droit; que QR′ et RQ′ concourent au pied de la hauteur issue de A sur BC; et que les triangles ABC, PQR, P′Q′R′, ont même centre de gravité.

II. On n'étudiera, dans tout ce qui suit, que des triangles T (ABC) auxquels correspondent trois points P, Q, R, alignés.

Indiquer comment on peut construire de tels triangles.

La condition imposée peut se traduire, soit par une relation $f(a^2, b^2, c^2) = 0$, entre les longueurs des côtés, soit par une relation entre la surface et la somme des carrés des côtés, soit par une relation symétrique entre les cotangentes des angles du triangle. On établira ces relations.

III. *a*) Les sommets B et C étant donnés, trouver le lieu de A et l'enveloppe de Q′R′.

b) A et P étant donnés, trouver les lieux de B, C, P′, Q′, R′, et les enveloppes des côtés de P′Q′R′.

c) Q′ et R′ étant donnés, trouver les lieux de A, B, C, P, Q, R, l'enveloppe de la droite PQR et les enveloppes des côtés de T.

IV. Montrer que les nombres a, b, c, qui vérifient la relation $f(a^2, b^2, c^2) = 0$, obtenue dans la IIe partie, ne sont jamais simultanément des nombres entiers.

On posera :

$$a^2 = x,\ \ b^2 = y,\ \ c^2 = z;\ \ y + z - x = 2X^2,\ \ z + x - y = 2Y^2,\ \ x + y - z = 2Z^2,$$
$$(0 \leqq X \leqq Y \leqq Z).$$

T. S. V. P.