
Mathématiques : Algèbre

Numéro d'inventaire : 2015.8.4744

Auteur(s) : Michelle Flavin

Type de document : travail d'élève

Période de création : 3e quart 20e siècle

Date de création : 1958

Matériau(x) et technique(s) : papier ligné

Description : 1feuille double et 1 feuille simple insérée à l'intérieur, réglure type "papier millimétré" avec marge, encre bleue, rouge.

Mesures : hauteur : 21,8 cm ; largeur : 17 cm

Notes : Evaluation, 1er trimestre, notée : polynômes (calculs, mettre sous forme d'un produit de facteurs du 1er degré).

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : Lycée et collège classique et moderne

Niveau : 2nde

Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé.

Commentaire pagination : 6 p. manuscrites sur 6 p.

Langue : français.

Flavin Michelle
LEN

15

Vendredi 19 Décembre 1958

Mathématiques.

Algèbre.

On donne les 2 polynômes :

$$A = x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz - 1$$

$$B = (x+y+z-1)^2 - 2(1-x)(1-y)(1-z)$$

- 1) Vérifier que si l'on a $A=0$ on a aussi $B=0$
- 2) La relation $A=0$ étant vérifiée on pose $x = \frac{a}{2}$ et $y = \frac{b}{2}$
 $z=0$. Quelles relations simples vérifient a et b .
- 3) On pose $y=x$ et $z=x$. Écrire les polynômes A et B dans ce cas particulier. Vérifier qu'ils s'annulent pour $x = \frac{1}{2}$ et les mettre sous forme d'un produit de facteurs du 1^{er} degré.

$$1) A = x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz - 1 = 0$$

$$B = (x+y+z-1)^2 - 2(1-x)(1-y)(1-z)$$

Calculons le 1^{er} terme de la différence du polynôme B. c'est l'application du produit remarquable: $(a+b+c+d)^2 = \sum a^2 + \sum ab$

$$(x+y+z-1)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 1 + 2xy + 2xz - 2x + 2yz - 2y - 2z$$

Effectuons le 2^e terme:

$$\begin{aligned} 2(1-x)(1-y)(1-z) &= (2-2yx)(1-y)(1-z) \\ &= (2-2y-2x+2xy)(1-z) \\ &= 2-2y-2x+2xy-2z+2yz+2xz-2xyz \end{aligned}$$

Effectuons maintenant la différence en changeant les signes du 2^e polynôme.

$$\begin{aligned} B &= x^2 + y^2 + z^2 + 1 + 2xy + 2xz - 2x + 2yz - 2y - 2z \\ &\quad - 2 + 2y + 2x - 2xy + 2z - 2yz - 2xz + 2xyz \end{aligned}$$

d'où en simplifiant:

$$B = x^2 + y^2 + z^2 - 1 + 2xyz = A$$

et si $A = 0$ $B = 0$

2) Remplaçons dans le polynôme x, y, z par leur valeur:

$$A = B = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + 0 + 2\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{b}{2}\right)(0) - 1$$

Pour qu'un produit de facteurs soit nul il faut et il suffit que l'un des facteurs du produit soit nul. Donc: le produit $2\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{b}{2}\right)(0) = 0$

Nous avons alors:

$$A = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - 1 = \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - \frac{4}{4}$$

$$= \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - \frac{4}{4}$$

$$\text{d'où } a^2 + b^2 = 4$$

3, Donnons à x et à y la valeur x d'abord dans le polynôme A , puis dans le polynôme B .

$$A: x^2 + x^2 + x^2 + 2x^3 - 1 = 2x^3 + 3x^2 - 1$$

$$B: (x+x+x-1)^2 - 2(1-x)(1-x)(1-x)$$

$$B: (3x-1)^2 - 2(1-x)^3$$

Dans le 1^{er} terme nous avons le carré d'une différence. Donc:

$$B: 9x^2 - 6x + 1 - 2(1 - 3x + 3x^2 - x^3)$$

car le 2^e terme est le cube d'une différence.

