Devoir de mathématiques

Numéro d'inventaire : 2015.8.4227
Auteur(s) : R. Valli
Type de document : travail d'élève
Période de création : 2e quart 20e siècle
Date de création : 1938 (entre) / 1939 (et)
Matériau(x) et technique(s) : papier ligné
Description : Copie double, réglure petits carreaux 0,5 cm avec marge, encre bleue, rouge.
Mesures : hauteur : 22,5 cm ; largeur : 17,2 cm
Notes : Evaluation de géométrie dans le plan et d'algèbre, noté.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Lycée et collège classique et moderne
Niveau : 1ère
Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé.
Commentaire pagination : 4 p. manuscrites sur 4 p.
Langue : français.

R. Valli

1re B

11

Lundi 21 Novembre 1938

Devoir de mathematiques.

On considère $x^2 - 3ax + a - 1 = 0$ où a est un paramètre 1/ Peut-on affirmer à priori que l'équation a des racines quand on considère certaines valeurs de a à déterminer. 2/ En se plaçant dans ce cas, calculez sans résoudre l'équation la somme $\frac{x_1 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - 1}{1}$ x_1 et x_2 étant les racines de l'équation.

1/ On peut affirmer que l'équation a des racines lorsque $\frac{c}{a} < 0$ c'est à dire lorsque $a - 1 < 0$ $a < 1$. Lorsque $a < 1$ on peut affirmer que l'équation a des racines

2/ $S = \frac{x_1 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - 1}{x_1}$ on reduit au même denominateur : $S = \frac{(x_1 - 1).x_1}{x_1 x_2} + \frac{(x_2 - 1)x_2}{x_1 x_2} = \frac{x_1^2 - x_1 + x_2^2 - x_2}{x_1 x_2}$

$S = \frac{x_1^2 + x_2^2 - (x_1 + x_2)}{x_1 x_2}$; On sait que

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2 x_1 x_2$ on remplace $x_1^2 + x_2^2$ par sa

Valeur : $S = \frac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 - (x_1+x_2)}{x_1 x_2}$

x_1+x_2 est égale à la somme des racines $= 3a$

8 $x_1 \cdot x_2$ est égal au produit des racines $= a-1$

On obtient, $S = \frac{S^2 - 2P - S}{P}$

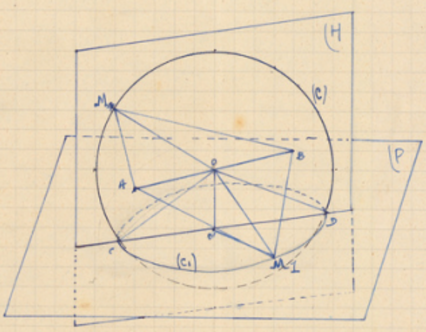
$S = \frac{9a^2 - 2a + 2 - 3a}{a-1} = \frac{9a^2 - 5a + 2}{a-1}$

Exact $\frac{x_1 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - 1}{x_1} = \frac{9a^2 - 5a + 2}{a-1}$

Trouvez dans un plan P le lieu géométrique des points dont la somme des carrés des distances à deux points fixes A et B non situés dans le plan est égal à K^2, K étant la mesure d'un segment donné et AB étant égal à a.

Par les points A et B on fait passer un plan perpendiculaire au plan P soit H ce plan. Dans le plan H le lieu des points dont la somme des carrés ~~est~~ des distances à 2 points fixes est un cercle. en effet : $M_1A^2 + MB^2 = 2OM^2 + 2OA^2 = K^2$

$OM = R \rightarrow 2OM^2 = 2R^2$ et $OA = \frac{a}{2} \rightarrow 2OA^2 = \frac{a^2}{2}$



donc $K^2 = 2R^2 + \frac{a^2}{2}$ $\quad 2R^2 = K^2 - \frac{a^2}{2}$ on multiplie les 2 membres par 2 : $4R^2 = 2K^2 - a^2$

$R^2 = \frac{2K^2 - a^2}{4}$ $\quad R = \frac{\sqrt{2K^2 - a^2}}{2}$

Dans le plan H, le lieu est un cercle C de centre O et de rayon $R = \frac{\sqrt{2K^2 - a^2}}{2}$.

Le cercle C coupe le plan P en 2 points C et D et ces 2 points répondent à la question. On projette O sur le plan P. Les plans H et P