Aide-mémoire Analyse, Géométrie analytique

Numéro d'inventaire : 2015.8.4277
Auteur(s) : Jacques Dumont
Type de document : travail d'élève
Période de création : 2e quart 20e siècle
Date de création : 1945 (vers)
Matériau(x) et technique(s) : papier ligné, carton, métal
Description : Cahier à spirales, couverture cartonnée rouge, 1ère de couverture avec, en haut, manuscrits à l'encre noire "Aide-mémoire I" souligné, le nom et prénom de l'élève, en bas "Papeterie Joseph Gibert, Gérance Veschambre, 30 boulevard Saint-Michel-Paris (6)" imprimé en noir. Réglure de petits carreaux 0,5 cm sans marge, encre noire et bleue, crayon rouge.
Mesures : hauteur : 21 cm ; largeur : 14,5 cm
Notes : Cahier de définitions, théorèmes..., divisé en 2 parties, Analyse et Géométrie analytique. Analyse: analyse combinatoire; déterminants; systèmes d'équations linéaires; suites; limites d'une fonction; fonctions continues; fonctions de fonction; fonctions algébriques; fonctions circulaires directes; fonctions circulaires inverses; dérivées; théorèmes de Rolle, formule des accroissements finis, formules de Taylor et Mac-Laurin; variation d'une fonction; primitives; intégrales; fonctions transcendantes; développements limités, indéterminations; fonctions hyperboliques; séries numériques; fonctions de plusieurs variables; nombres complexes; racines d'une équation entière; racines réelles d'une équation; ; décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples; différentielles. Géométrie analytique: vecteurs libres; projections-composantes-coordonnées; produit scalaire; produit vectoriel; directions et angles; changements d'axes de coordonnées; équations des courbes et des surfaces; autres systèmes de coordonnées; la droite; plan et droite dans l'espace; éléments imaginaires-éléments à l'infini-coordonnées homogènes; birapport-homographie-involution; la sphère; lieux géométriques dans le plan; lieux dans l'espace; courbes planes d'équation y=f(x); fonctions vectorielles d'une variable scalaire; courbes planes; courbes d'équation f(x,y)=0.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Lycée et collège classique et moderne
Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé.
Commentaire pagination : 195 p. manuscrites sur 198 p.
Langue : français.

Aide-mémoire.

Analyse

Dumont Jacques
CB

1

Analyse Combinatoire.

Permutations.

Toutes dispositions obtenues en écrivant m lettres dans un certain ordre.

$$P_m = m!$$

Arrangements.

Toutes dispositions obtenues en écrivant p des m lettres. Deux dispositions sont distinctes si elles diffèrent par leur ordre ou leur nature.

$$A_m^p = m(m-1)\ldots\ldots(m-p+1).$$

Combinaisons.

Toutes dispositions obtenues en écrivant p des m lettres. Deux dispositions sont distinctes si elles diffèrent par leur nature

$$C_m^p = \frac{A_m^p}{p!} = \frac{m(m-1)\ldots\ldots(m-p+1)}{p!} = \frac{m!}{p!\,(m-p)!}$$

Autres formules

$$C_m^p = C_{m-1}^p + C_{m-1}^{p-1} \quad \text{(tableau de Pascal)}$$

Formule du binôme. $\left(C_m^p = C_m^{m-p} \right)$.

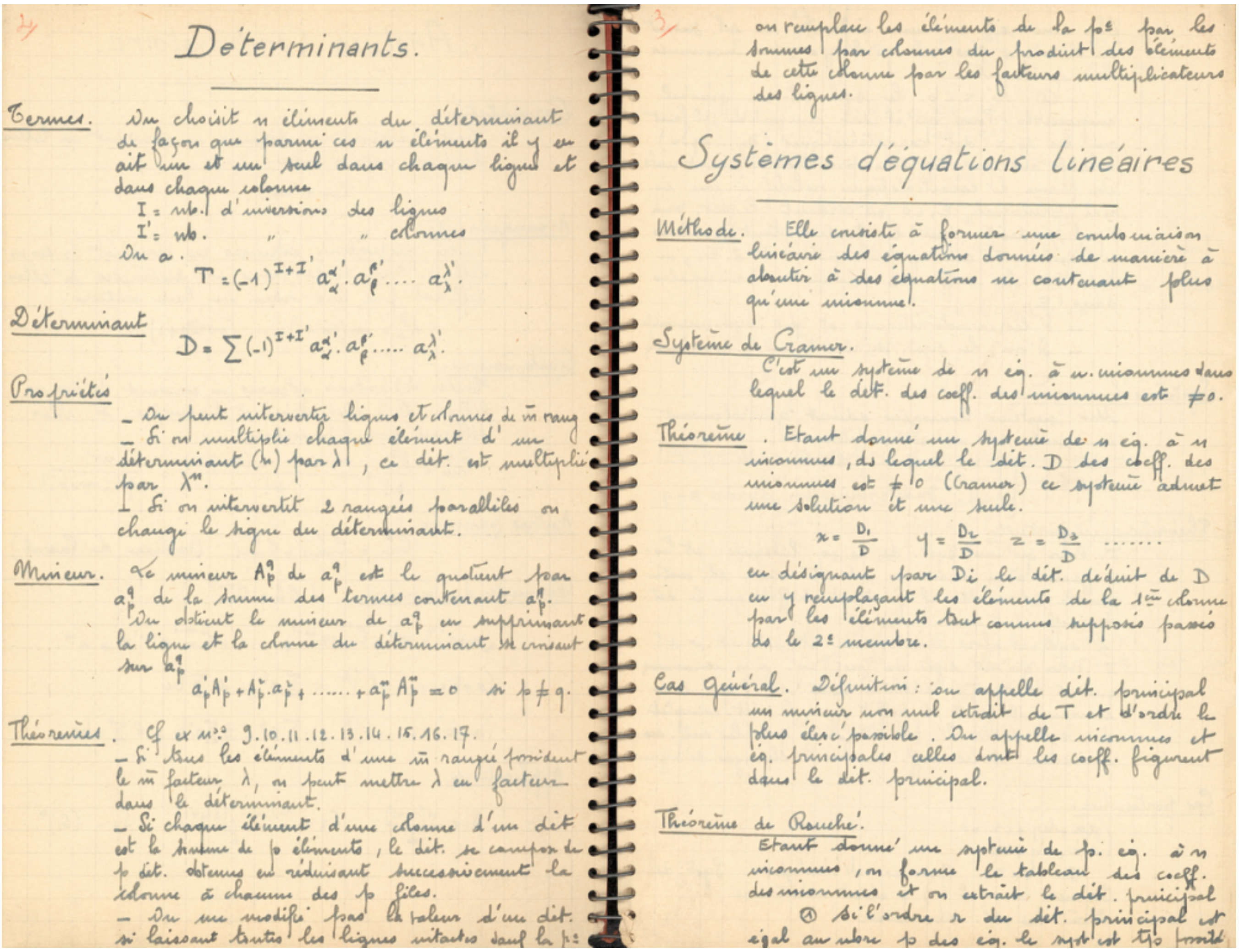
$$(x+a)^m = x^m + C_m^1 a x^{m-1} + \ldots\ldots + C_m^{m-1} a^{m-1} x + a^m.$$

$$(a+b+c+\ldots+l)^2 = \sum a^2 + 2\sum bc$$

$$(a+b+c+\ldots+l)^3 = \sum a^3 + 3\sum a^2 b + 6\sum abc.$$

Applications.

$$S_1 = \frac{n(n+1)}{2} \qquad S_2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \qquad S_3 = (S_1)^2.$$



4

Déterminants.

Termes. On choisit n éléments du déterminant de façon que parmi ces n éléments il y en ait un et un seul dans chaque ligne et dans chaque colonne

I = nb. d'inversions des lignes
I' = nb. " " colonnes

On a.

$$T = (-1)^{I+I'} a_\alpha^{\alpha'} . a_\beta^{\beta'} \dots a_\lambda^{\lambda'}.$$

Déterminant

$$D = \sum (-1)^{I+I'} a_\alpha^{\alpha'} . a_\beta^{\beta'} \dots a_\lambda^{\lambda'}.$$

Propriétés

– On peut intervertir lignes et colonnes de m rang
– Si on multiplie chaque élément d'un déterminant (n) par λ, ce dét. est multiplié par λ^n.
– Si on intervertit 2 rangées parallèles on change le signe du déterminant.

Mineur. Le mineur A_p^q de a_p^q est le quotient par a_p^q de la somme des termes contenant a_p^q.
On obtient le mineur de a_p^q en supprimant la ligne et la colonne du déterminant se croisant sur a_p^q

$$a_p^1 A_p^1 + A_p^2 . a_p^2 + \dots + a_p^n A_p^n = 0 \quad \text{si } p \neq q.$$

Théorèmes. Cf ex n^os 9.10.11.12.13.14.15.16.17.
– Si tous les éléments d'une m rangée possèdent le m facteur λ, on peut mettre λ en facteur dans le déterminant.
– Si chaque élément d'une colonne d'un dét est la somme de p éléments, le dét. se compose de p dét. obtenus en réduisant successivement la colonne à chacune des p files.
– On ne modifie pas la valeur d'un dét. si laissant toutes les lignes intactes sauf la p^e

3

on remplace les éléments de la p^e par les sommes par colonnes du produit des éléments de cette colonne par les facteurs multiplicateurs des lignes.

Systèmes d'équations linéaires

Méthode. Elle consiste à former une combinaison linéaire des équations données de manière à aboutir à des équations ne contenant plus qu'une inconnue.

Système de Cramer.
C'est un système de n éq. à n. inconnues dans lequel le dét. des coeff. des inconnues est $\neq 0$.

Théorème. Etant donné un système de n éq. à n inconnues, ds lequel le dét. D des coeff. des inconnues est $\neq 0$ (Cramer) ce système admet une solution et une seule.

$$x = \frac{D_1}{D} \quad y = \frac{D_2}{D} \quad z = \frac{D_3}{D} \quad \dots\dots$$

en désignant par D_i le dét. déduit de D en y remplaçant les éléments de la 1^re colonne par les éléments tout connus supposés passés ds le 2^e membre.

Cas général. Définition : on appelle dét. principal un mineur non nul extrait de T et d'ordre le plus élevé possible. On appelle inconnues et éq. principales celles dont les coeff. figurent dans le dét. principal.

Théorème de Rouché.
Etant donné un système de p. éq. à n inconnues, on forme le tableau des coeff. des inconnues et on extrait le dét. principal
① Si l'ordre r du dét. principal est égal au nbre p des éq. le syst est très possible