Calcul

Numéro d'inventaire : 2015.8.4365
Auteur(s) : Paule Antoine
Type de document : travail d'élève
Période de création : 1er quart 20e siècle
Date de création : 1923 (entre) / 1924 (et)
Matériau(x) et technique(s) : papier ligné, papier cartonné
Description : Cahier cousu, couverture rose pâle, impression en noir, 1ère de couverture : en haut à droite nom de l'élève manuscrit à l'encre noire, en-dessous "École normale d'institutrices", dessous une illustration représentant une mappemonde, une longue vue, une lyre encadrées de branches de lauriers, en bas le nom de la ville. Réglure petits carreaux 0.5cm , encre noire, encre rouge crayon papier et crayon bleu.
Mesures : hauteur : 22 cm ; largeur : 17 cm
Notes : Cahier utilisé à l'envers. Exercices d'algèbre notés par l'enseignant.e avec corrections.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : École normale d'instituteur et d'institutrice
Autres descriptions : Nombre de pages : non paginé.
Commentaire pagination : 67 p. manuscrites sur 68 p.
Langue : Français
couv. ill.
Lieux : Lons-le-Saunier

Paule Antoine

Calcul

I La somme des valeurs nominales de 2 billets est de 36400f. Le 2e billet est payable dans 40 jours, si l'on l'escompte en dehors au taux de 5% sa valeur actuelle est $\frac{1}{3}$ de la valeur nominale du 1er billet. Trouvez les valeurs nominales des 2 billets.

18/20

II Simplifiez les expressions

$$\frac{1}{(a-1)^2} + \frac{1}{(a+1)^2} - \frac{1}{a^2-1}$$

$$\frac{a-b}{a^2-2ab+b^2} + \frac{a+b}{a^2-b^2} - 1$$

diviser $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$ par $\frac{2d(a^2-b^2)}{a+b}$

Réponses.

II Soit l'expression :

$$\frac{1}{(a-1)^2} + \frac{1}{(a+1)^2} - \frac{1}{a^2-1}$$

Considérons le terme $\frac{1}{a^2-1}$

$a^2-1 = (a+1)(a-1)$ car théorème : le produit de la somme de 2 nbs par leur différence est égal à la différence de leur carré.

on peut donc remplacer $\frac{1}{a^2-1}$ par $\frac{1}{(a+1)(a-1)}$

Réduisons les 3 ~~termes~~ de l'expression au même dénominateur : $(a-1)^2(a+1)^2$ nous aurons.

$$\frac{(a+1)^2}{(a-1)^2(a+1)^2} + \frac{(a-1)^2}{(a+1)^2(a-1)^2} - \frac{(a+1)(a-1)}{(a+1)^2(a-1)^2}$$

Effectuons les opérations indiquées nous aurons

$$\frac{(a+1)^2 + (a-1)^2 - (a+1)(a-1)}{(a-1)^2(a+1)^2}$$

Réduisons le numérateur d'abord.

maladroit

$(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$ Théorème : Le ~~produit~~ carré de la somme de 2 nbs est égal au carré du 1° plus le double produit du 1° par le 2° plus le carré du 2°.

$(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1$ Théorème : Le carré de la diff. de 2 nbs est égal au carré du 1° moins le d. p. du 1° par le 2° plus le carré du 2°.

Nous aurons donc :

$$(a+1)^2 + (a-1)^2 - (a+1)(a-1) =$$

ib $a^2+2a+1+a^2-2a+1 - a^2+1$ on sait que l'on a : $(a+1)^2+(a-1)^2 = 2a^2+2$

Réduisons les termes semblables il vient $\underline{a^2+3}$ $\underline{N}$.

Réduisons le Dénominateur.

ib $(a+1)^2(a-1)^2 = (a^2+2a+1)(a^2-2a+1)$

$= a^4+2a^3+a^2-2a^3-4a^2-2a+a^2+2a+1$

Réduisons les termes semblables il vient

$\underline{a^4-2a^2+1}$ $\underline{D}$ $(a^2-1)^2$

L'expression simplifiée est donc

$$\frac{a^2+3}{a^4-2a^2+1} = \frac{a^2+3}{(a^2-1)^2}$$

Soit l'expression :

$$\frac{a-b}{a^2-2ab+b^2} + \frac{a+b}{a^2-b^2} - 1$$

D'après les théorèmes sur le carré de la différence et le produit de la somme de 2 nbs par leur différence nous pouvons écrire l'expression sous la forme

$$\frac{a-b}{(a-b)^2} + \frac{a+b}{(a+b)(a-b)} - 1$$

Ou en simplifiant :

$$\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a-b} - 1$$

Effectuons ? : $\frac{2}{a-b} - 1$ ou en remplaçant 1 par $\frac{a-b}{a-b}$

$$\frac{2 - a + b}{a-b}$$

8/10

Soit ~~les~~ expression :

$\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$ à diviser par ~~et~~ $\frac{2d(a^2-b^2)}{a+b}$ ~~à diviser~~

$$\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a+b)}$$ mêmes théorèmes que plus haut

ou en simplifiant par $(a-b)$ $\frac{a-b}{a+b}$

$$\frac{2d(a^2-b^2)}{a+b} = \frac{2d(a+b)(a-b)}{a+b}$$ ou en simplifiant par $(a+b)$ $2d(a-b)$

On a donc :

$$\frac{\frac{a-b}{a+b}}{2d(a-b)} = \frac{a-b}{(a+b)(a-b)2d} = \frac{1}{(a+b)2d}$$

Problème

L'escompte du 2° billet en 40 j. à 5% en est les :

$$\frac{5}{100} \times \frac{40}{360} = \frac{1}{180}$$ de sa valeur nominale

La valeur actuelle est donc les $\frac{179}{180}$ de sa valeur nominale. Elle vaut le $\frac{1}{3}$ de la valeur nominale du 1° billet. La valeur nominale vaut donc les

$$\frac{1 \times 180}{3 \times 179} = \frac{60}{179}$$ de la valeur nominale du 1°.

Ensemble ils valent les : $\frac{239}{179}$ de la valeur nominale du 1° ou 36400^f

10

Valeur nominale du 1° billet :

$$\frac{36400^f \times 179}{239} = 27261^f,92$$

Valeur nominale du 2° billet

$$36400^f - 27261^f,92 = 9138^f,08$$

<u>Réponses</u> : $\underline{27261^f,92}$ $\underline{9138^f,08}$

Date ?

I Un négociant doit le 15 Avril ; 1° 500^f payables le 1° Mai 2° 480^f payables le 15 Juin 3° 600^f payables le 10 Août

9/20

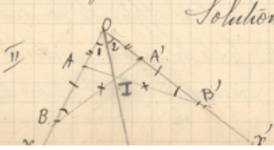
Il souscrit aujourd'hui un billet unique de 1580^f. Quelle échéance convient-il d'attribuer à ce billet.

II Sur le côté Ox d'un angle xOx' on porte deux longueurs OA et OB et sur le côté Ox', 2 longueurs OA' et OB' respectivement égales aux premières. On trace les droites AB' et $A'B$ qui se coupent en I

Démontrer que le point I appartient à la bissectrice de l'angle donné.

Solution

II



Soit l'angle xOx'.

D'après l'hypothèse on a :

$\overline{OA} = \overline{OA'}$

$\overline{OB} = \overline{OB'}$

$\overline{BA} = \overline{B'A'}$ comme différence de segments égaux.

Considérons les triangles $OB'A$ et OBA'

Ils sont égaux car :

$\overline{OA'} = \overline{OA}$

$\overline{OB'} = \overline{OB}$

$\hat{O} = \hat{O}$ (commun)

Et : 2 triangles sont égaux s'ils ont un angle égal compris entre deux côtés égaux chacun à chacun.

Faux

Donc triangles $OB'A$ et OBA' sont égaux. Tous leurs éléments sont égaux. En particulier : $\hat{B} = \hat{B'}$

Considérons maintenant les triangles $OB'I$ et OBI

Ils sont égaux car :

$\overline{OB'} = \overline{OB}$

$\hat{B'} = \hat{B}$

et $\overline{OI}$ est commun (pas cas d'égalité que tu cites)

S'ils sont égaux tous leurs éléments sont égaux, en particulier $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

Donc $\overline{OI}$ est la bissectrice de l'angle $\hat{O}$ et I appartient à cette bissectrice. C.Q.F.D.

I

Ce problème est un problème d'échéance commune car la valeur nominale du billet unique est égale à la somme des V. N. des billets donnés.

La formule pour trouver l'échéance du billet unique est :

Raisonnement ?

$$\frac{Ct + C't' + C''t''}{C + C' + C'' \ldots}$$