# Exercices. Tome II : série II

**Numéro d'inventaire** : 2016.90.26
**Type de document** : travail d'élève
**Période de création** : 1er quart 20e siècle
**Date de création** : 1916 (entre) / 1917 (et)
**Matériau(x) et technique(s)** : papier
**Description** : Cahier cousu avec une couverture cartonnée orange portant une étiquette de titre. Réglure double ligne 8 mm avec une marge rouge. MS encre noire.
**Mesures** : hauteur : 22 cm ; largeur : 17,2 cm
**Mots-clés** : Calcul et mathématiques
**Filière** : Supérieure
**Autres descriptions** : Langue : français
Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 100 p.
ill.
**Lieux** : Paris

2e cahier 1916-1917. [Voir à la fin des questions concernant le cours d'algèbre (début)]

$\int_0^1 \frac{dx}{(4-x^2)\sqrt{1-x^2}}$

Conf. Janv 17.

Lorsque vous avez à intégrer une exp telle que $\frac{P}{Q\sqrt{1-x^2}}$ où $P$ et $Q$ sont des poly, $Q$ n'ayant que des rac simples vous pouvez simpl. l'intégr en déc. $\frac{P}{Q}$ en éléments simples. Il y a des cas où ça serait plus compliqué de faire comme ça. Mais en général c'est la meilleure méthode. Ap. le cas

$$\frac{P}{Q} = \frac{1}{4-x^2} = \frac{A}{2-x} + \frac{B}{2+x}, \quad A = \frac{1}{4}, \quad B = \frac{1}{4}$$

$I = \frac{1}{4}\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{}}$ + une intég analogue $\frac{1}{4}\int_0^1 \frac{dx}{(2+x)\sqrt{}}$

Je vais me simpl. immédiat en écrivant $1-\frac{x}{2}$ au lieu de $2-x$ et en mett $\frac{1}{8}$ en fact

$$I = \frac{1}{8}\int^1 \frac{dx}{(1-\frac{x}{2})\sqrt{}} + \frac{1}{8}\int_0^1 \frac{dx}{(1+\frac{x}{2})\sqrt{}}$$

Ce sont des intégrales classiques qu'on rencontre fréq.

Si on fait $x = \cos\theta$, $\theta$ va de 0 à $\frac{\pi}{2}$, elles se transforment alors — ici la première

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{-\sin\theta\, d\theta}{(1-\frac{\cos\theta}{2})\sin\theta} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{1-\frac{\cos\theta}{2}}$$

C'est du type général $\int \frac{d\theta}{1+e\cos\theta}$ où $|e|<1$.

Sa valeur peut s'exp. de plus. façons ; par ex. par la fo.

$$\frac{2}{\sqrt{1-e^2}} \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\, \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\right)$$

Ici $e = \frac{-1}{2}$. Donc nous allons avoir

$$\frac{2}{\sqrt{1-\frac{1}{4}}} \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}}\, \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2}{\sqrt{1-\frac{1}{4}}} \operatorname{arctg}\left(\sqrt{3}\, \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\right)$$

Nous avons à div par 8 et à ajouter l'intégrale analogue qui ne diff de la 1e que par le signe de $e$.

Ça nous donne $\frac{2}{8\sqrt{1-\frac{1}{4}}} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\, \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\right)$. Eh bien, il faut faire la somme de ces 2 intégrales et prendre la val