Algèbre

Numéro d'inventaire : 2015.8.4465
Auteur(s) : Suzanne Puard
Type de document : travail d'élève
Période de création : 2e quart 20e siècle
Date de création : 1935 (vers)
Matériau(x) et technique(s) : papier cartonné, papier ligné
Description : Cahier cousu, couverture souple bleue, dos toilé noir, impression en noir, 1ère de couverture avec, en haut manuscrit en noir "Chimie", dessous dans la moitié supérieure, un encart rectangulaire orné d'un encadrement ornemental décoré de guirlandes de fleurs, à l'intérieur est imprimé "Jupiter", sous ce mot, manuscrits en noir, le nom et prénom de l'élève," chimie, I année". Réglure de lignage simple avec marge, encre noire, crayon rouge.
Mesures : hauteur : 22,5 cm ; largeur : 17,5 cm
Notes : Cahier d'exercices d'algèbre: signe d'une expression algébrique, inégalité du second degré, discriminant, simplification de fractions rationnelles, résolution d'inégalités, équations, équations bicarrées, équations et inégalités irrationnelles, progression géométrique.
Mots-clés : Calcul et mathématiques
Filière : Post-élémentaire
Autres descriptions : Nombre de pages : Non paginé
Commentaire pagination : 31 p. manuscrites sur 565 p.
Langue : Français
couv. ill.

Algèbre

Discuter l'existence et le signe des racines

$$x^2 - 2(m-3)x - 6m = 0.$$

$$\frac{D}{4} = m^2 + 9.$$

$$m^2 + 9 > 0$$

$$P = -6m. \qquad m < 0$$

$$S = 2(m-3)$$

m	Δ	$P = -6m$	$S = 2(m-3)$	R.
$-\infty$	+	+	−	2 racines négatives
		+	−	
0		0	−	← $x' = 0$ $x'' < 0$.
	+	−		2 racines réelles contraires la négative a + grande valeur absolue
3		−	0	← 2 racines opposées
$+\infty$	+	−	+	2 racines réelles contraires la positive a la + grande valeur absolue
			+	

$$Mx^2 - 2(m+1)x + m + 3 = 0.$$

$$\frac{D}{4} = (m+1)^2 - m(m+3)$$

$$\frac{D}{4} = 1 - m.$$

$$1 - m \geq 0. \qquad m \leq 1.$$

$$P = \frac{m+3}{m}$$

$$S = \frac{2(m+1)}{m}$$

m	$-\infty$	-3	-1	0			$+\infty$
$m+3$	− − − −	0	+ + + +	+ +			
P	+ + + +	0	− − −	|	+ + + + +		
$m+1$	− − − − − − −			0	+ + + + + +		
P	+ + + + + + + +			0	− − |	+ + + + + +	

m	$D = 1-m$	$P = \frac{m+1}{m}$	$S = \frac{2(m+1)}{m}$	R.
$-\infty$	+	+	+	2 racines positives
	+	+	+	
	+	+	+	
-3	+	0	+	$x' = 0$ $x'' > 0$
	+	−	+	2 racines égales contraires $\lvert x' \rvert = \lvert x'' \rvert$
-1	+	−	0	racine approchée
	+	−	−	2 racines des signes contraires
0	+	−	=	équation du 1er degré
	+	+	+	1 racine double positive
4	0	+	+	
	−	+	+	
$+\infty$	=	+	+	pas de racine

$(m+5)x^2 + 2(m-1)x + m-7 = 0$

$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - (m+5)(m+7)$

$\frac{D}{4} = 4m - 44$

$m \leqslant 11$

$P = \frac{m-7}{m+5}$

$S = \frac{2(3-m)}{m+5}$

m	$-\infty$		-5		0		3		7		$+\infty$
$3-m$		− − − − − − − − −					0	+ + + + +			
$m+5$		− − − −	0	+ + + + + + + + + +							
P		+ + + +	|	− − − − − −			0	+ + + + + +			
$m-7$		− − − − − − − − − − −							0	+ + + + + +	
S		+ + + +	|	− − − − − − − −					0	+ + + + + +	

m	D	P	S	R.
$-\infty$	+	+	+	racines de signe > 0.
	+	+	+	
-5	+	+	+	équation du 1er degré
	+	−	=	
3	+	−	0	1 racine approchée
	+	−	+	2 racines égales contraires - pas positive en valeur absolue
7	+	0	+	$x' = 0$ $x'' > 0$.
	+	+	+	
11	0	+	+	2 racines positives
$+\infty$	−	+	+	

Lundi 18 Novembre 1935

Soit l'équation $ax^2 + bx + c$ ayant pour racines x_1 x_2

Trouver l'équation qui admet pour racines $\frac{1}{x_1}$ $\frac{1}{x_2}$

Cette équation est de la forme $X^2 - Sx + P$

$S = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1 x_2}$ $\qquad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

$\frac{x_1+x_2}{x_1 x_2} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{-b}{c}$

$S = \frac{-b}{c}$

$P = \frac{a}{c}$

L'équation est donc

$X^2 + \frac{bx}{c} + \frac{a}{c} = 0$ m

$cx^2 + bx + a = 0$

Si on la compare à la 1ère équation on remarque que le 1er et le 3ème coefficients sont interchangés

V Trouver une équation du second degré ayant pour racines

1) $x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $\qquad x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

2) $x_1 = \frac{1}{x_1}$ $\qquad x_2 = \frac{1}{x_2}$

3) $-x_1$ $\qquad -x_2$

4) x_1^2 $\qquad x_2^2$ $\qquad \frac{1}{x_1^2}$ $\qquad \frac{1}{x_2^2}$

L'équation est de la forme $X^2 - Sx + P = 0$

1) $S = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2} = 1$

$P = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) = -1$

$\underline{\underline{X^2 - x - 1 = 0}}$

2) $S = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1 x_2} = \frac{1}{-1} = -1$

$P = \frac{1}{x_1} \times \frac{1}{x_2} = \frac{1}{-1} = -1$

$\underline{\underline{X^2 + x - 1}}$

3) $S = -x_1 - x_2 = -(x_1 + x_2) = -1$

$P = (-x_1)(-x_2) = x_1 x_2 = 1$

$\underline{\underline{X^2 + x - 1}}$

4) $S = x_1^2 + x_2^2$ $\qquad x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2$

$= 1 + 2$ $\qquad S = 3$

$P = x_1^2 x_2^2 = 1$

$\underline{\underline{X^2 - 3x + 1}}$

Le résultat obtenu

Le résultat 2 et 3 sont une application de cas particulier : le produit des racines est égal à -1 ; les 3 racines $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ sont inverses et opposées

VI Soit l'inégalité du second degré (la résoudre)

$(2m+1)x^2 - 3x + 4m < 0$. Trouver les valeurs de x pour lesquelles le trinôme est négatif.

Le trinôme a-t-il des racines ?

$b^2 - 4ac = 9 - 4(3m+1)(4m)$

$= 9 - 16m(3m+1)$

$= 9 - 32m^2 - 16m$

Le discriminant est un trinôme en m qui peut avoir des racines

$\frac{D'}{4} = 32(4+9)$

$\frac{D'}{4} = 352$

$m_1 = \frac{8 + 8\sqrt{22}}{-32} = \frac{-8-\sqrt{22}}{8}$

$m_2 = \frac{8 - 8\sqrt{22}}{-32} = \frac{\sqrt{22}-2}{8}$

1° Le discriminant est positif pour les valeurs de m comprises entre les 2 racines m_1 et m_2

$\frac{-2-\sqrt{22}}{8} < m < \frac{\sqrt{22}-2}{8}$

2°) Le discriminant est nul pour $m = m_1$

$m = m_2$