

Agrégation des Sciences Mathématiques. Concours de 1914 : mathématiques spéciales

Numéro d'inventaire : 2016.90.32

Type de document : texte ou document administratif

Éditeur : Ministère de l'Instruction publique

Période de création : 1er quart 20e siècle

Date de création : 1914

Matériau(x) et technique(s) : papier

Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.

Mesures : hauteur : 31,7 cm ; largeur : 21 cm

Notes : Sujet d'agrégation de mathématiques de 1914.

Mots-clés : Examens et concours : publicité et sujets

Calcul et mathématiques

Filière : Supérieure

Autres descriptions : Langue : français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 2 p.

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

CONCOURS DE 1914.

MATHÉMATIQUES SPÉCIALES.

On donne un hyperboloïde à une nappe rapporté à ses axes et dont l'équation est

$$\frac{x^2}{\lambda^2} + \frac{y^2}{\mu^2} - \frac{z^2}{\rho^2} - 1 = 0.$$

I. Il existe deux familles de tels hyperboloïdes susceptibles d'être engendrés par l'intersection de plans rectangulaires passant respectivement par deux droites fixes; on peut passer d'un hyperboloïde H de la première famille à un hyperboloïde H' de la seconde famille par rotation d'un angle droit autour de oz.

Soient D, Δ les droites fixes relatives à H; D', Δ' les droites fixes relatives à H'; trouver les surfaces lieux de D, Δ et de D', Δ', quand λ, μ varient, ρ étant fixe.

Il existe des plans P parallèles au plan xoy, coupant ces surfaces suivant deux courbes qui ont un point commun A situé sur oz et un point commun B réel situé dans le trièdre oxyz; évaluer l'aire limitée par les arcs AB des deux courbes, ainsi que le volume engendré par cette aire quand le plan P a une cote variant de z₁ à z₂.

II. A un hyperboloïde H₁ de la première famille, on peut faire correspondre une infinité d'hyperboloïdes de la seconde famille tels que les droites fixes relatives à H₁ et les droites fixes relatives à un de ces derniers forment un quadrilatère gauche; soit H₂ un tel hyperboloïde; D₁, Δ₁ et D₂, Δ₂ les droites fixes relatives respectivement à H₁ et à H₂; ABCD, le quadrilatère formé par ces droites; montrer que l'hyperboloïde H₃ engendré par l'intersection de deux plans rectangulaires passant respectivement par les diagonales du quadrilatère ABCD appartient au faisceau ponctuel linéaire défini par H₁ et H₂, que les pieds a, b, c, d des hauteurs Aa, Bb, Cc, Dd du tétraèdre ABCD sont sur la courbe du faisceau et que les droites, autres que les hauteurs, qui joignent les points A, B, C, D aux points a, b, c, d sont sur un hyperboloïde H₁, H₂ ou H₃.

III. L'hyperboloïde H₁ étant donné, on peut, par un point A de l'espace, faire passer deux hyperboloïdes H₂ de la seconde famille définis

T. S. V. P.

comme il a été indiqué (II); sur quelle surface S doit se trouver A pour que ces hyperboloïdes H_2 soient confondus. On peut, de même, par le point A faire passer deux hyperboloïdes H_3 , définis comme il a été indiqué (II); sur quelle surface S' doit être A pour que ces hyperboloïdes H_3 soient confondus. Montrer que H_1 coupe S et S' suivant la même courbe C et que l'intersection de S et S' se compose de la courbe C et d'une courbe imaginaire.

IV. Construire la projection Γ sur le plan xoy de la courbe C ; montrer que Γ est l'enveloppe de cercles orthogonaux à un cercle fixe et trouver le lieu des centres de ces cercles.

Trouver le lieu des milieux des cordes de la courbe Γ qui passent par l'origine.

