

Algèbre. Tome VII

Numéro d'inventaire : 2016.90.72

Type de document : travail d'élève

Période de création : 1er quart 20e siècle

Date de création : 1909 (entre) / 1910 (et)

Matériau(x) et technique(s) : papier

Description : Cahier cousu avec couverture en papier rose portant le tampon du lycée Janson de Sailly et les titres des leçons étudiées. Réglure double ligne 8 mm sans marge. MS encre noire et crayon bleu.

Mesures : hauteur : 22,3 cm ; largeur : 17,3 cm

Notes : Cours du lycée Janson de Sailly. Date estimée d'après le tome 1 Cahier de mathématiques (2016.90.49) et le tome 5 Cahier de mathématiques (2016.90.53).

Mots-clés : Calcul et mathématiques

Filière : Supérieure

Autres descriptions : Langue : français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 94 p.

ill.

Lieux : Paris

Formes indéterminées

Les trois formes indéterminées sont

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \times \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty$$

Forme $\frac{0}{0}$

Soit $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$
qui a la forme $\frac{0}{0}$ pour $x=a$

cherchons si elle tend vers une limite ou ∞ quand $x \rightarrow a$
Supposons que f et φ aient des dérivées quand $x \rightarrow a$ et qu'elles ne soient pas nuls simultanément

$$\frac{f(x)}{\varphi(x)} = \frac{f(x) - f(a)}{\varphi(x) - \varphi(a)} = \frac{\frac{f(x) - f(a)}{x - a}}{\frac{\varphi(x) - \varphi(a)}{x - a}}$$

si $\varphi'(a) \neq 0$ le rapp. tend vers

$$\frac{f'(a)}{\varphi'(a)}$$

Si $\varphi'(a) = 0$ et $f'(a) \neq 0$ le rapp. $\rightarrow \infty$

Supposons $f'(a) = \varphi'(a) = 0$ on prend les dérivées successives jusqu'à ce qu'on en trouve deux nuls simultanément

$$\begin{array}{lll} f(a) = 0 & f'(a) = 0 & f^{(n)}(a) = 0 \\ \varphi(a) = 0 & \varphi'(a) = 0 & \varphi^{(n)}(a) = 0 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} f^{(n)}(a) \\ \varphi^{(n)}(a) \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{non nuls} \\ \text{ou la fin} \end{array}$$

on aura

$$\begin{aligned} \frac{f(x)}{\varphi(x)} &= \frac{f(a+x-a)}{\varphi(a+x-a)} = \frac{f(a) + x-a f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(x-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + \theta(x-a)^{n+1}}{f(a) + x-a \varphi'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} \varphi''(a) + \dots + \frac{(x-a)^n}{n!} \varphi^{(n)}(a) + \theta(x-a)^{n+1}} \\ &= \frac{\frac{(x-a)^n}{n!} f^{(n)}(a + \theta(x-a))}{\frac{(x-a)^n}{n!} \varphi^{(n)}(a + \theta(x-a))} = \frac{f^{(n)}(a + \theta(x-a))}{\varphi^{(n)}(a + \theta(x-a))} \end{aligned}$$