
Agrégation des Sciences Mathématiques. Session de 1922 : problème de calcul différentiel et intégral

Numéro d'inventaire : 2016.90.46

Type de document : texte ou document administratif

Éditeur : Ministère de l'Instruction publique

Période de création : 1er quart 20e siècle

Date de création : 1922

Matériau(x) et technique(s) : papier

Description : Feuille simple. Texte imprimé à l'encre noire.

Mesures : hauteur : 31,7 cm ; largeur : 21 cm

Notes : Sujet d'agrégation de mathématiques de 1922.

Mots-clés : Examens et concours : publicité et sujets

Calcul et mathématiques

Filière : Supérieure

Autres descriptions : Langue : français

Nombre de pages : Non paginé

Commentaire pagination : 2 p.

MINISTÈRE
DE
L'INSTRUCTION
PUBLIQUE.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SESSION DE 1922.

PROBLÈME

DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

1° Déterminer la courbe la plus générale C telle qu'en la supposant rigide et animée d'un mouvement convenable, elle puisse être, à un instant donné, normale aux trajectoires de tous ses points. On examinera d'abord les deux cas simples où, à cet instant, le mouvement hélicoïdal tangent se réduit soit à une translation, soit à une rotation autour d'un axe.

2° Dans le cas général, on prendra l'axe du mouvement hélicoïdal tangent, à l'instant considéré, comme axe oz mobile, lié à la courbe C . En appelant $2\pi h$ le pas des hélices qui seraient décrites dans ce mouvement tangent, et ρ, φ, z les coordonnées cylindriques d'un point M de C , par rapport aux axes mobiles ox, oy, oz , liés à C , montrer que si l'on se donne h , la projection de C sur le plan xoy et un point de C , la courbe C est déterminée.

3° Définir géométriquement la courbe C par une relation simple entre la cote z d'un point M de C et l'aire A balayée par la projection de oM sur xoy . Cette définition autorise à nommer la courbe C une quasi-hélice.

4° Montrer que le rayon de torsion T de C en M s'exprime simplement en fonction de la distance ρ de M à oz . (On appellera σ la longueur d'un arc de C , d'origine fixe et terminé en M .)

5° Montrer que pour la quasi-hélice C la plus générale, le rayon de courbure R de C en M peut s'exprimer en fonction de h , de T et des dérivées de T par rapport à σ .

6° Déterminer la forme de celles des courbes C qui sont à torsion constante.

7° Déterminer un mouvement continu d'une quasi-hélice C , où C reste constamment normale aux trajectoires Γ de tous ses points.

8° Montrer que ces trajectoires Γ sont des courbes simples et que le rayon de torsion T' de Γ en un point M est lié de façon simple au rayon de torsion T , en M , de la courbe C qui passe par ce point.

T. S. V. P.

9° Soit S la surface engendrée par C dans ce mouvement continu. On rapportera S à des axes fixes $o_1 (x_1 y_1 z_1)$ et on appellera ρ_1 , $\varphi_1 = \varphi + \theta$, z_1 , les coordonnées cylindriques d'un point M de S par rapport à ces axes. Montrer que si ces axes sont convenablement choisis, ρ_1 et z_1 s'expriment simplement en fonction de ρ , z et θ .

10° Montrer que l'élément linéaire ds d'une courbe quelconque, tracée sur S , s'exprime simplement en fonction de ρ , θ , φ et de leurs différentielles.

11° Montrer qu'on peut, par un changement de variables convenable, mettre ds^2 sous la forme :

$$ds^2 = d\sigma^2 + [T(\sigma)] dv^2.$$

12° Inversement, montrer que, $P(\sigma)$ étant une fonction non négative donnée, il existe une infinité de quasi-hélices C non superposables, qui correspondent à des surfaces S dont le carré de l'élément linéaire peut s'écrire sous la forme :

$$ds^2 = d\sigma^2 + P(\sigma) dv^2.$$

13° Signaler en outre toutes les propriétés des courbes C et des surfaces S qui paraîtront dignes d'intérêt. [Il n'en sera tenu compte que si les questions précédentes ont été résolues.]

